

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

George W. STROKE

1^{re} THÈSE. — « Étude théorique et expérimentale de deux aspects de la diffraction de la lumière par les réseaux optiques : l'évolution des défauts dans les figures de diffraction et l'origine électromagnétique de la répartition entre les ordres ».

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 17 juin 1960 devant la Commission d'examen.

MM. KASTLER

Président

ARNULF

JACQUINOT

MARÉCHAL

} *Examineurs*

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*

3 et 5, boulevard Pasteur — 165, rue de Sèvres

PARIS (15^e)

1960



Digitized by the Internet Archive
in 2026

SÉRIE A, N° 3552

N° D'ORDRE : 4424

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

George W. STROKE

1^{re} THÈSE. — « Étude théorique et expérimentale de deux aspects de la diffraction de la lumière par les réseaux optiques : l'évolution des défauts dans les figures de diffraction et l'origine électromagnétique de la répartition entre les ordres ».

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 17 juin 1960 devant la Commission d'examen.

MM. KASTLER

Président

ARNULF

JACQUINOT

MARÉCHAL

Examineurs

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*

3 et 5, boulevard Pasteur — 165, rue de Sèvres

PARIS (15^e)

1960

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen J. PÉRÈS

JULIA G.	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	DUGUÉ.	T	Statistiques mathématiques.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	GÉLOSO	T	Chimie (S. P. C. N.).
PRENANT	T	Anatomie et histologie comparées.	SOULATRAIC	T	Psychophysiologie.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.	ULRICH	T	Physiologie végétale.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	MARÉCHAL	T	Optique théor. et appliquée.
BOURCART J.	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	KIRRMANN	T	Théories chimiques.
PLANTEFOL	T	Botanique.	CHADEPAUD	T	Botanique.
GRASSÉ	T	Evolution des êtres organisés.	M ^{lle} LE BRETON ..	T	Physiologie générale.
PREVOST	T	Chimie organique.	SALEM	T	Mathématiques générales.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la géométrie.	LELONG	T	Mathématiques générales.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	DEVILLERS	T	Anat. et Histol. comparées.
WYART	T	Minéralogie.	EHRESMANN	T	Topologie algébrique.
TEISSIER	T	Zoologie.	FRANÇON	T	Physique (S. P. C. N.).
MANGENOT	T	Biologie végétale.	GLANGEAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique.
AUGER P.	T	Physique quan. et relativité.	GODEMENT	T	Mathématiques (M. G. P.).
MONNIER	T	Physiologie générale.	PISOT	T	Techniques mathém. de la physique.
PIVETEAU	T	Paléontologie.	ROCHE	T	Géologie.
ROCARD	T	Physique (E. N. S.).	SCHATZMANN	T	Astrophysique.
CARTAN H.	T	Mathématiques (E.N.S.).	TERMIER	T	Paléont. stratigraphique.
LAFFITTE	T	Chimie générale.	ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.	LENNUIER	T	Physique (M. G. P.).
COULOMB	T	Physique du Globe.	RIZET	T	Génétique.
M ^{lle} COUSIN	T	Biologie animale (S. P. C. N.).	ROUTHIER	T	Géologie appliquée.
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.	M ^{me} TONNELAT ..	T	Relativité.
DRACH P.	T	Zoologie.	DIXMIER	T	Mathématiques (M. P. C.).
KASTLER	T	Physique (E. N. S.).	SOUGHAY	T	Chimie générale.
EPHRUSSI	T	Génétique.	AIGRAIN	T	Électrotechnique générale.
WURMSER	T	Biologie physico-chimique.	BRUSSET	T	Chimie minérale.
RIVIERE	T	Géologie (S. P. C. N.) (Orsay).	LEVY M.	T	Physique théorique des hautes énergies.
GAUTHERET	T	Biologie végétale (P. C. B.).	M ^{me} CHAIX		Chimie biologique.
LUCAS	T	Recherches physiques.	M ^{me} HUREL-PY ..		Biologie végétale (P. C. B.).
THOMAS A.	T	Biologie cellulaire.	PIAUX		Chimie (M. P. C.).
ARNULF	T	Optique appliquée.	BRUN	T	Mécanique expér. des fluides.
MORAND M.	T	Enseignement de Physique.	LEDERER	T	Chimie biologique.
SOLEILLET	T	Physique (P. C. B.).	M ^{me} DUBREIL ..	T	Mathématiques.
FORTIER	T	Mécanique expér. des fluides.	M ^{me} LELONG	T	Mathématiques (E. N. S.).
DANJON	T	Astronomie.	BELLAIR	T	Géologie (S. P. C. N.).
PETIT	T	Biologie maritime.	COTTE	T	Physique (Orsay).
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.	DUBOIS J. E.	T	Chimie organique.
GALLIEN	T	Embryologie.	LAMOTTE	T	Zoologie (E. N. S.).
EICHHORN	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).	MICHEL André. ...	T	Chimie (S. P. C. N.).
DE CUGNAC.	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).	OLMER	T	Energétique générale.
M ^{lle} CAUCHOIS ..	T	Chimie physique.	ROUAULT	T	Physique générale.
THIELLER	T	Physique du Globe.	GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.
L'HÉRITIER.	T	Génétique.	BARCHIEWITZ	T	Chimie physique.
GRIVET	T	Radioélectricité.	BROSSEL	T	Physique atomique.
PONCIN	T	Mécanique générale.	BUSER		Physiologie comparée.
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.	CAMUS		Physiol. vég. (3 ^e Cycle).
QUELET	T	Chimie organique.	CASTAING.		Physique générale.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.	CURIEN		Minéralogie et cristallographie.
CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire.	MOYSE	T	Physiologie végétale (Orsay).
CUVILLIER	T	Micropaléontologie.	PANNETIER		Chimie (S. P. C. N.).
JUNG	T	Pétrographie.	POSSOMPES	T	Zoologie.
TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique.	PULLMANN		Chimie théorique.
WIEMANN	T	Chimie organ. et structurale.	TEILLAC.		Physique nucléaire et Radioactivité.
JACQUINOT	T	Spectroscopie et physique céleste.	TONNELAT		Biologie physicochimique.
VASSY	T	Physique de l'atmosphère.	VILLE	T	Econométrie.
DESTOUCHES	T	Théories physiques.	WILLEMART.		Chimie (P. C. B.).
PRUVOST M.	T	Géologie.	DODÉ	T	Chimie (S. P. C. N.) (Orsay).
AMIEL	T	Chimie générale.	FREYMANN	T	Physique générale.
HOCART	T	Minéralogie.	GUINCHET	T	Biologie végétale (Orsay).
MATHIEU J.-P.	T	Physique (Orsay).	ROLLET	T	Chimie (P. C. B.).
COUTEAUX	T	Biologie animale (P. C. B.).	M ^{lle} JOSIEN.	T	Chimie (P. C. B.).
MAY	T	Zoologie (Orsay).	CHEVALEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.
CHOQUET	T	Théor. des fonctions et Topologie.	ARNOULT.	T	Electronique.
FELDMANN	T	Biologie végétale marine.	CHAPELLE	T	Physique (M. P. C.) (Orsay).
GUINIER	T	Physique des solides.	DELANGE.	T	Mathématiques (Orsay).
JOST	T	Physiologie comparée.	DENY	T	Mathématiques (M. G. P.).
FORTET	T	Calcul des probabilités et physique mathématique.	GERMAIN	T	Méc. théor. des fluides.
SCHWARTZ	T	Calcul différentiel et intégral.	LUCAS G.	T	Géologie.
CHOUARD	T	Physiologie végétale.	ALLARD		Chimie physique.
MALAVARD	T	Aviation.	BERTHELOT		Physique nucléaire et Radioactivité.
BRELOT	T	Calcul différentiel.	BRICARD.		Météorologie et Physique de l'atmosphère.
NORMANT	T	Synthèse organique.	M ^{me} ALBE-FESSARD		Psychophysiologie.
BENARD	T	Chimie minérale.	FRIEDEL		Physique des solides.
BUVAT	T	Botanique (E. N. S.).	M. JULIA.		Etude des molécules organiques complexes.
			LENDER		Biol. animale (S. P. C. N.) (Orsay).

(Suite R. UNIV. page)

BIBLIOTHEQUE

A MES MAITRES

A MA FEMME

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE DEUX ASPECTS DE LA DIFFRACTION PAR LES RÉSEAUX OPTIQUES :

l'évolution des défauts dans les figures de diffraction
et l'origine électromagnétique de la répartition
entre les ordres

par George W. STROKE

SOMMAIRE. — Les réseaux optiques modernes de bonne qualité présentent généralement des petits défauts résiduels dont l'influence sur la répartition de la lumière dans les figures de diffraction doit être établie d'une manière quantitative, afin de rendre possible des mesures spectroscopiques précises dans les domaines des plus hautes résolutions (dépassant souvent le million) auxquelles ces réseaux se prêtent. Par ailleurs, un examen des méthodes de calculs approximatifs de la répartition de la lumière diffractée entre les figures de diffraction des différents ordres, d'une part, et les divergences avec certaines des prévisions de ces calculs (basés soit sur l'approximation des ondes scalaires, soit sur des expressions approchées de l'interaction électromagnétique entre la lumière et le réseau), d'autre part, ont montré qu'il était nécessaire de chercher à établir des solutions électromagnétiques rigoureuses (sans aucune hypothèse d'approximation) des problèmes de diffraction de la lumière par les réseaux optiques. Des solutions de ces deux groupes de problèmes relatifs aux deux aspects de la diffraction de la lumière par les réseaux optiques sont données dans deux parties distinctes de ce travail.

Dans la première partie, on établit l'équation générale qui relie les aberrations des surfaces d'onde diffractées (causées par les défauts des réseaux et des miroirs à réseaux) et la répartition de la lumière dans les figures de diffraction correspondantes. Sous une forme normalisée, l'amplitude complexe dans les images (coordonnée β) est donnée (en autocollimation) par l'équation

$$\mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^1 \exp [i\alpha(2\pi/\lambda_0) \Delta(\eta)_0] \exp [i(\lambda/\lambda_0) (\cos i_0/\cos i) \beta_0\eta] d\eta,$$

dans laquelle η est une coordonnée dans la pupille et $\Delta(\eta)_0$ est l'aberration (en λ_0 et i_0) mesurée à partir d'une surface d'onde de référence parfaite. α est égal à $(\lambda_0/\lambda)(\sin i/\sin i_0)$ dans le cas des aberrations causées par des erreurs de tracé et à $(\lambda_0/\lambda)(\cos i/\cos i_0)$ pour celles causées par les défauts des miroirs à réseau. L'équation générale sert à établir des lois qui permettent de prévoir quantitativement l'évolution des défauts dans les figures de diffraction d'un réseau donné, en fonction de la longueur d'onde et de l'angle de diffraction. Dans le cas général, les figures de diffraction sont semblables dans le rapport $(\lambda/\lambda_0)(\cos i_0/\cos i)$ et les lois d'évolution des intensités ont une expression particulièrement simple dans le cas des aberrations inférieures à $\pi/2$ pour lesquelles on établit une évolution en α^2 . Des lois particulières importantes sont également données. Enfin, on donne le principe, le détail et les résultats des vérifications expérimentales (à l'aide, en particulier, de réseaux à « erreurs contrôlées ») d'une méthode pratique qui permet de calculer (à l'aide d'un ordinateur IBM 704) la répartition de la lumière dans les figures de diffraction à partir d'une mesure expérimentale des aberrations des surfaces d'onde diffractées à répartition et amplitudes quelconques ; ces aberrations apparaissent sous une forme graphique, immédiatement utilisable pour le calcul, dans les interfé-

rogrammes expérimentaux obtenus facilement au moyen d'une méthode précédemment décrite par l'auteur (Jl opt. Soc. Amer., t. 45, 1955, p. 30).

Dans la deuxième partie, on étudie la répartition de la lumière diffractée entre les ondes des différents ordres en se basant sur l'interprétation électromagnétique du phénomène de diffraction. Cette interprétation conduit à chercher la solution rigoureuse des équations de Maxwell en tenant compte des conditions aux limites qui sont à satisfaire à la surface du réseau. On prévoit ainsi, en particulier, l'absence complète d'une « diffraction » classique pour un certain réseau à marches rectangulaires et son comportement comme un miroir parfait (pour l'une des polarisations) (*). D'une manière générale, la solution complète d'un problème de diffraction par un réseau doit être donnée pour deux polarisations orthogonales (E et H parallèles à la longueur des sillons dans l'onde incidente) de façon à permettre de calculer la répartition de l'énergie diffractée pour une onde incidente non polarisée ou polarisée de diverses manières. On donne ici la solution rigoureuse et complète du problème électromagnétique de la diffraction de la lumière par un réseau parfaitement conducteur à profil de sillons sinusoïdal pour des ondes planes en incidence quelconque. La solution se présente, pour chacune des polarisations, sous la forme d'un système d'équations algébriques linéaires (reliant les amplitudes des différents ordres, réels et imaginaires); leur évaluation numérique est facile à effectuer avec toute la précision nécessaire en pratique (par exemple à l'aide d'un ordinateur numérique). Les solutions sont très différentes pour les deux polarisations et permettent de prévoir, dans le cas d'une onde incidente non polarisée, des effets de polarisation différents suivant les ordres, la longueur d'onde, les conditions d'incidence et les constantes du profil des réseaux. On dégage aussi de ces calculs des propriétés importantes relatives aux ondes évanescentes; celles-ci jouent un rôle fondamental dans la satisfaction des conditions aux limites, emportent une partie de l'énergie incidente et donnent lieu, par interférences, à des champs stationnaires près du réseau. Des vérifications à l'aide d'expériences analogiques dans le domaine des ondes centimétriques ont permis de vérifier les prévisions théoriques. L'extension de la méthode de solution rigoureuse à des réseaux ayant des profils de sillons quelconques (en particulier des profils quasi rectangulaires) paraît possible.

SUMMARY. — Modern high-quality diffraction gratings generally have small residual errors and require methods of quantitative evaluation of the effect of these errors on the distribution of the light in the diffraction patterns which they form. This evaluation is necessary in order to permit precision spectroscopic measurements in the domains of the highest resolutions (corresponding to "resolving powers" frequently in excess of one million) for which these gratings are suited. On the other hand, a study of the methods of approximations used for the calculation of the distribution of light among the diffraction patterns of various orders, as well as the lack of agreement between experimental results and some of these calculations (which are based on either the scalar approximation of diffraction or on approximations in the formulation of the electromagnetic interaction of light with the grating) have shown the need for the exact electromagnetic solution (without any approximation) of the problem of diffraction of light by optical gratings. Solutions of these two groups of problems pertaining to the two aspects of the diffraction of light by optical gratings are given in two separate parts of this work.

In the first part, a general equation is given, relating the diffracted wave-front aberrations (as caused by grating errors and grating-blank defects) to the distribution of light in the corresponding diffraction patterns. In its normalized form, the complex amplitude in the images (coordinate β) is given (in autocollimation) by the equation

$$\mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^{+1} \exp [i\alpha(2\pi/\lambda_0) \Delta(\eta)_0] \exp [i(\lambda/\lambda_0) (\cos i_0/\cos i) \beta_0 \eta] d\eta$$

in which η is a coordinate in the pupil and $\Delta(\eta)_0$ is the aberration (in λ_0 and i_0) as measured with respect to a perfect reference wave-front. α is equal to $(\lambda_0/\lambda) (\sin i/\sin i_0)$ in the case of aberrations due to grating errors, and to $(\lambda_0/\lambda) (\cos i/\cos i_0)$ in the case of aberrations caused by grating-blank defects. The general equation is used to establish laws which permit to compute the variation of the diffraction-pattern defects as a function of wavelength and grating angle. In the general case, the diffraction patterns are similar to each other according to the relation $(\lambda/\lambda_0) (\cos i_0/\cos i)$ and the intensity variation in these patterns follows a particularly simple law for aberrations smaller than $\pi/2$ for which an α^2 variation is established. Laws for some important special cases are also given. Finally, the principle, detail, and results of experimental verifications (with the help, in particular, of "controlled-error" gratings) are given for a practical method of calculation (with the help of an IBM 704 computer) of the distribution of light in the diffraction patterns, starting from an experimental measurement of the wave-front aberrations of any shape and amplitude: an already graphical form of the aberrations, immediately usable for the calculations, appears in the experimental diffracted wave-front interferograms which are easily obtained in a manner previously described by the author (Jl opt. Soc. Amer., t. 45, 1955, p. 30).

In the second part, a study is made of the distribution of the diffracted light among the

(*) Un premier exposé de ce résultat a été donné par A. Maréchal & G. W. Stroke [4].

waves of various orders : the study is based on the electromagnetic interpretation of the diffraction phenomenon. This interpretation leads to the search for an exact solution of Maxwell's equations with the boundary conditions that are appropriate on the grating surface. One foresees, in particular, the complete absence of classical "diffraction" for a given grating with rectangular grooves and the behaviour of the grating as a perfect mirror (for one of the polarisations) (**). In the general case, the complete solution of a grating diffraction problem needs to be given for two orthogonal polarisations ($\vec{E}$ and $\vec{H}$ parallel to the groove length in the incident wave), in order to permit the calculation of the energy distribution in the case of an unpolarized or variously polarized incident wave. One presents here the exact and complete solution of the electromagnetic problem of the diffraction of light by a perfectly conducting grating having a sinusoidal groove-shape, for any angle of incidence. The solution for both polarisations appears in the form of a system of linear algebraic equations (relating the amplitudes of the various, real and imaginary, orders) : its numerical evaluation can be easily carried out with all the precision required in practice (for example with the help of a digital computer). The solution for the two polarisations are quite different and permit to foresee polarisation effects, in the case of an unpolarized incident wave, which depend on the order, the wavelength, the angle of incidence and the grating shape constants. Important properties of the evanescent waves are determined from these calculations and pointed out : these waves play a fundamental role in the satisfaction of the boundary conditions, carry away a fraction of the incident energy and lead to stationary fields near the grating surface, as a result of interference. Experimental verifications in the microwave domain have confirmed the theoretical results. The extension of the method of exact solution to gratings of arbitrary groove shape (in particular almost rectangular shapes) appears possible.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

De récentes expériences ont révélé l'insuffisance des théories et des méthodes classiques pour la description de deux propriétés fondamentales qui caractérisent l'action d'un réseau sur la lumière incidente : 1° la distribution de la lumière dans les figures de diffraction et 2° la répartition des intensités diffractées entre les différents ordres. Des divergences sérieuses avec certaines prévisions des théories classiques sont en effet apparues dans ces expériences.

Nous nous sommes donc proposé de procéder à l'examen des bases elles-mêmes des théories relatives aux deux propriétés ci-dessus et d'en dégager de nouvelles expressions qui soient mieux fondées et qui permettent de décrire ces propriétés plus précisément et d'une manière plus utile en pratique.

La théorie scalaire reste suffisante pour décrire la formation des images par des réseaux imparfaits dans le cas général ; c'est, en fait, la *distribution de la lumière dans les figures de diffraction* et son *évolution en fonction de la longueur d'onde et de l'angle de diffraction* que l'on doit chercher à prévoir théoriquement et à déterminer expérimentalement. Les critères de « pouvoir de résolution » utilisés dans le passé sont arbitraires et ne permettent d'établir qu'un aspect très particulier du comportement d'un réseau dans un instrument spectroscopique.

Par contre, c'est le *caractère électromagnétique de la lumière et les conditions aux limites à satisfaire à la surface d'un réseau* qui interviennent d'une manière fondamentale pour déterminer la répartition de la lumière entre les figures de diffraction dans les différents ordres ; l'application des hypothèses scalaires utilisées jusqu'ici conduit à des divergences sérieuses, en particulier lorsque les constantes des réseaux sont comparables à la longueur d'onde.

Les résultats de nos recherches, qui constituent notre contribution à l'étude

(**) A first report on this result was given by A. Maréchal and G. W. Stroke [4].

de ces problèmes, sont donnés dans leurs grandes lignes dans les quatre paragraphes suivants.

1. Nous avons établi des *relations théoriques* très générales entre les défauts des réseaux et les défauts des figures de diffraction spectrales. Seul un très petit nombre de cas particuliers avaient été étudiés dans le passé, notamment par Rowland [1], Michelson ([2] p. 86) Ingelstam & Djurle [3]. De plus, nous avons réussi à établir des *lois d'évolution des figures de diffraction aberrantes* (avec l'angle d'utilisation du réseau et la longueur d'onde). Ces lois d'évolution ont été établies en étudiant le problème de la formation des images dans l'approximation scalaire exprimée par la transformation de Fourier. De telles lois d'évolution n'avaient pas été dégagées jusqu'ici à l'aide d'expressions classiques ; leur validité peut d'ailleurs être étendue à des instruments d'optique en général. Ainsi que nous le montrons au chapitre V de la première partie, les lois d'évolution peuvent être établies pour des aberrations de forme et d'amplitude quelconques. Nous établissons que, dans le cas général, les défauts dans les figures de diffraction aberrantes sont répartis suivant une loi de similitude en $(\lambda/\lambda_0)(\cos i_0/\cos i)$. Par ailleurs, l'évolution de la répartition des intensités dépend de l'origine et de l'amplitude des défauts. Les lois correspondantes ont une expression particulièrement simple pour les cas des aberrations inférieures à $\pi/2$; nous trouvons une variation en $(\lambda_0/\lambda)^2(\sin i/\sin i_0)^2$ dans le cas des aberrations causées par des erreurs de tracé et en $(\lambda_0/\lambda)^2(\cos i/\cos i_0)^2$ dans le cas des défauts des miroirs sur lesquels les réseaux sont tracés. Enfin, une exception notable est prévue pour le cas des erreurs de phase linéaires sur une partie du réseau, pour lesquelles on trouve des raies parasites principales dont les distances angulaires aux centres des raies et l'intensité relative sont indépendantes de la longueur d'onde à un angle donné du réseau.

2. Nous montrons que c'est le *caractère électromagnétique de la lumière* qui intervient dans la répartition des intensités entre les ondes de différents ordres diffractées par un réseau. L'origine de la diffraction de la lumière par un réseau se trouve dans les conditions aux limites à satisfaire à la surface des sillons par l'ensemble des champs incident et diffracté et par les ondes évanescentes, et pas uniquement dans les dimensions des sillons ainsi qu'on l'admettait jusqu'ici dans la théorie scalaire. Dans ces conditions, la répartition des intensités diffractées dépend d'une manière sensible de la polarisation. Réciproquement, des effets de polarisation importants, et différents suivant les ordres, les conditions d'incidence et la forme des sillons, sont prévus d'après cette interprétation [4]. Celle-ci conduit donc à prévoir un comportement des réseaux très différent de celui prévu par les théories classiques de la diffraction ; en particulier, on prévoit (et vérifie) le fait d'une absence complète de « diffraction » dans le cas de réseaux à marches rectangulaires profondes de $m\lambda/2$ (m entier), même si les marches n'ont que des largeurs de l'ordre de la longueur d'onde, lorsque le vecteur électrique porté par l'onde incidente est perpendiculaire à la paroi du sillon de $m\lambda/2$ le long de laquelle l'onde se propage [4].

Après avoir reconnu l'origine du phénomène de diffraction dans la nécessité de satisfaire à des conditions aux limites, on se trouve toutefois devant un pro-

blème dont la solution mathématique rigoureuse est très compliquée (comme c'est souvent le cas dans ce genre de problèmes). En fait, aucune solution rigoureuse et complète d'un problème de diffraction par des réseaux n'avait été donnée jusqu'ici [5 à 9]. Lord Rayleigh [9] avait traité un problème scalaire qui correspond à l'une des polarisations ($E_{||}$), donc à la moitié de la solution d'un cas particulier (incidence normale) d'un réseau à profil sinusoidal. Or, la solution complète du problème de la diffraction d'une onde plane non polarisée doit manifestement comporter la répartition des densités de flux diffracté pour deux polarisations orthogonales. Dans les chapitres I et II de la deuxième partie, nous donnons la *solution électromagnétique rigoureuse du problème de la diffraction de la lumière dans le cas général d'un réseau de phase sinusoidal parfaitement conducteur*. Cette solution est obtenue sans aucune hypothèse d'approximation pour les *deux polarisations* (E ou H parallèle à la longueur des sillons) dans le cas d'une *incidence quelconque*. Nous dégageons plusieurs conséquences intéressantes de notre calcul, en particulier le fait qu'une partie de l'énergie incidente est emportée par les ondes évanescences et que cette énergie (qui est indiquée par une partie réelle dans le vecteur de Poynting complexe correspondant) doit être rayonnée par les extrémités d'un réseau de largeur finie.

3. Nous avons pu *vérifier* dans tous les cas les résultats prévus par les expressions théoriques que nous avons établies et, en particulier, les trois faits inattendus d'après les considérations classiques : celui des raies parasites à positions et intensités indépendantes de la longueur d'onde, celui de l'absence de « diffraction » classique et celui d'une propagation et d'un rayonnement d'énergie emporté par les ondes évanescences. Les vérifications ont été effectuées d'une part dans le domaine optique (pour les figures de diffraction) à l'aide de réseaux modernes, dont certains ont été tracés sous contrôle interférométrique [10] de façon à présenter des défauts typiques « à l'état pur ». D'autres vérifications ont été effectuées dans le domaine des ondes centimétriques (pour le phénomène de diffraction et la répartition entre les ordres) à l'aide d'expériences analogiques utilisant des radiations polarisées et des réseaux métalliques de bonne conductibilité dont la forme des sillons pouvait être réalisée et connue avec précision.

4. Enfin, nous avons développé une *méthode pratique pour l'évaluation de la distribution de la lumière dans les figures de diffraction* spectrales formées par un réseau réel donné. Les distributions sont évaluées par un calcul qui part d'une mesure expérimentale des répartitions de phase dans les surfaces d'onde effectivement produites par le réseau et mesurées à l'aide d'une méthode interférométrique précédemment décrite par l'auteur [11]. Le calcul est effectué par transformation de Fourier sur un ordinateur IBM 704 à l'aide d'un programme (spécialement préparé pour ce travail) qui fournit en quelques minutes la distribution d'intensité dans les figures de diffraction, que l'on n'avait pas pu obtenir auparavant, même qualitativement, par les mesures habituelles (telles que les mesures de pouvoir de résolution). Les vérifications expérimentales de ce calcul sont possibles, dans certains cas déjà à partir du premier minimum de diffraction (une unité de diffraction) ; elles ont montré un excellent accord dans

tous les cas, même dans ceux où les aberrations des surfaces d'onde diffractées ont conduit à plusieurs dizaines de raies parasites, d'intensités relatives et de longueurs d'onde différentes, et cela dans un domaine de quelques dizaines d'unités de diffraction de part et d'autre des centres de raie [12].

PREMIÈRE PARTIE

LA DISTRIBUTION DE LA LUMIÈRE DANS LES FIGURES DE DIFFRACTION FORMÉES PAR DES RÉSEAUX OPTIQUES IMPARFAITS

Introduction

La distribution des intensités dans les figures de diffraction formées par des réseaux optiques intervient d'une manière fondamentale dans la formation des images spectroscopiques et les études des spectres. Et pourtant, malgré l'intérêt très ancien porté aux réseaux, deux problèmes essentiels concernant la formation des images par des réseaux optiques et la caractérisation de leur qualité restaient à résoudre.

L'un c'est le *problème théorique* qui concerne d'une façon générale la répartition de la lumière dans les figures de diffraction formées par des réseaux imparfaits et, plus particulièrement, l'évolution de la répartition de la lumière dans ces figures de diffraction en fonction de la longueur d'onde et de l'angle d'utilisation des réseaux. Les diverses raies parasites que l'on trouve dans le voisinage des raies spectrales, même avec les meilleurs réseaux contemporains, font précisément partie de ces figures de diffraction.

L'autre, c'est le *problème de la caractérisation pratique* de la qualité des réseaux en vue de leur utilisation spectroscopique ; malgré la simplicité théorique avec laquelle la distribution des intensités dans les figures de diffraction intervient dans la formation des images, on n'avait pas jusqu'ici réussi à déterminer cette distribution d'une manière expérimentale.

Les solutions de ces deux problèmes sont étroitement liées ; nous les donnons dans les chapitres II à V de cette première partie.

Dans le chapitre I, nous donnons les résultats que nous avons obtenus dans leurs grandes lignes, tout en les situant par rapport aux études effectuées dans le passé.

I. Le problème de la caractérisation théorique et expérimentale des images formées par des réseaux optiques. Généralités

1. **Le problème théorique de la formation des images par des réseaux.** — C'est la répartition des intensités $I(\beta)$ dans les images monochromatiques d'une fente-source infiniment fine qui caractérise de la manière la plus fondamentale la qualité d'un réseau optique (1).

(1) β est une coordonnée normalisée dans le domaine de diffraction angulaire (voir chap. III pour la définition).

En effet, si l'on appelle $I(\beta)_{\text{spectrale}}$ la distribution des intensités dans le spectre et si l'on appelle $I(\beta)$ la figure de diffraction (en intensité) monochromatique correspondant au réseau, alors la distribution des intensités $I(\beta)_{\text{spectrographe}}$ dans l'image spectrale de chaque élément de fente est simplement donnée par le produit de composition ⁽²⁾

$$(1) \quad I(\beta)_{\text{spectrographe}} = I(\beta) \otimes I(\beta)_{\text{spectrale}}.$$

Dans le cas de réseaux réels donnés, les distributions $I(\beta)$ peuvent maintenant être mesurées expérimentalement avec précision au moyen d'une méthode indirecte que nous décrivons au chapitre III. Elles ne pouvaient pas être mesurées jusqu'ici par des méthodes directes pour des raisons que nous discutons dans le paragraphe 2 du présent chapitre.

La connaissance de $I(\beta)$, qui est d'un intérêt théorique général, constitue aussi une donnée essentielle pour des travaux spectroscopiques et, en particulier, pour les travaux de haute résolution; des exemples de tels travaux sont les études des déplacements de centres de gravité et de la forme des raies en physique nucléaire [14] ou solaire [15]. En fait, d'après l'équation (1), cette distribution des intensités dans les figures de diffraction suffit pour caractériser entièrement le comportement d'un réseau dans un spectrographe.

L'étude des répartitions de la lumière dans les figures de diffraction formées par des réseaux a donné lieu à plusieurs travaux théoriques dans le passé; parmi ces études, celles de Lord Rayleigh [16], de Rowland [1] et de Michelson ([2] p. 86) sont les plus importantes [17]. Alors que Lord Rayleigh s'est attaché en premier lieu à établir des critères de résolution pour des réseaux parfaits, Michelson aussi bien que Rowland avaient déjà noté que l'étude des effets des défauts des réseaux sur les images spectrales présentait un intérêt spécial; ils s'étaient attachés au calcul d'un petit nombre de cas particuliers correspondant aux erreurs les plus importantes des machines à tracer les réseaux qu'ils avaient construites (ghosts de Rowland dus aux erreurs de tracé périodiques, brusque saut de phase dans les machines de Michelson). A part ces cas particuliers, l'origine des diverses raies parasites (« satellites ») trouvées dans le voisinage des centres des raies est jusqu'ici demeurée inexpliquée dans son aspect général.

Or, l'apparition récente (dans les dix dernières années) de réseaux optiques en très grand nombre et provenant d'origines très diverses [17 à 19, 10a] a manifestement rendu nécessaire une étude générale de la relation entre les défauts des réseaux, qui leur sont particuliers parmi les éléments d'optique, et les diverses images parasites qui en résultent. Ainsi que nous le montrons dans les chapitres III à V, ces images parasites font précisément partie des figures de diffraction produites par un réseau imparfait.

Notre étude a été menée à bien grâce à l'utilisation de la théorie scalaire de la formation des images exprimée par la transformation de Fourier ([2] p. 58, [20, 23]). Nous avons trouvé qu'il était non seulement nécessaire de calculer, avec précision, la distribution de la lumière dans les figures de diffraction formées par un réseau réel donné (ainsi que nous le faisons au moyen de la méthode que

(2) L'effet de la largeur de la fente d'entrée s'introduit sans difficulté [13].

nous donnons au chapitre III), mais qu'il est nécessaire aussi d'établir des lois d'évolution des figures de diffraction, formées par un réseau imparfait, en fonction de la longueur d'onde et de l'angle d'utilisation du réseau.

En effet, dans de nombreux cas, la figure de diffraction pour une longueur d'onde et un angle donné du réseau est facile à établir (soit par la méthode du chap. III, soit même par simple inspection des interférogrammes des surfaces d'onde suivant la méthode des chap. II, IV et V) ; mais il est bien connu que les réseaux, comme tous les autres instruments spectroscopiques, sont utilisés dans un très grand domaine de longueurs d'onde différentes, s'étalant, pour les réseaux, de l'infrarouge lointain jusqu'à l'ultraviolet du vide. Il est donc essentiel d'être en mesure de prévoir comment les figures de diffraction (comprenant toutes les raies parasites, ghosts, etc.) et par conséquent la qualité des images, varient en fonction de la longueur d'onde et de l'angle d'utilisation du réseau qui lui correspond. Cette connaissance est manifestement très importante dans l'évaluation des erreurs systématiques (erreurs de « coincidence » [21, 17]) dans la localisation des centres de gravité des raies. Ces erreurs résultent des défauts des réseaux et doivent être considérées dans les mesures de longueurs d'onde ; elles ne pouvaient pas être évaluées jusqu'ici. L'étude des formes des raies présente des problèmes analogues.

Nous établissons aux chapitres IV et V, dans une forme très générale, des lois d'évolution de la répartition de la lumière dans les régions aberrantes des figures de diffraction en fonction de la longueur d'onde et de l'angle de diffraction du réseau. Nous montrons que c'est l'équation normalisée

$$(2) \quad \mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^{+1} \exp [\mathbf{i}(2\pi/\lambda_0) \alpha \Delta(\eta)_0] \exp [\mathbf{i}(\lambda/\lambda_0) (\cos i_0/\cos i) \beta_0 \eta] d\eta$$

qui donne dans le cas général l'amplitude complexe $\mathcal{A}(\beta)$ dans les figures de diffraction de la longueur d'onde λ et à l'angle i . Dans cette expression, β est la coordonnée angulaire dans le domaine de diffraction et $\Delta(\eta)_0$ est la déviation (aberration) de la surface d'onde diffractée (coordonnée η) qui est causée par les défauts du réseau dans la longueur d'onde λ_0 et à l'angle i_0 (tous les angles étant en autocollimation). La coordonnée β_0 correspond à i_0 et λ_0 . Ainsi que nous le montrons au chapitre II, le paramètre α qui décrit l'amplitude des aberrations en fonction des défauts des réseaux est égal à $(\lambda_0/\lambda)(\sin i \sin i_0)$ dans le cas des aberrations causées par des erreurs de tracé, et à $(\lambda_0/\lambda)(\cos i \cos i_0)$ dans le cas des aberrations causées par les défauts des miroirs sur lesquels les réseaux sont tracés.

L'étude de l'évolution des figures de diffraction avec l'angle d'utilisation du réseau et la longueur d'onde, que nous donnons au chapitre V, nous a conduit d'une manière naturelle à chercher à établir d'une manière séparée des lois d'évolution de l'échelle des figures de diffraction, d'une part, et de l'évolution des intensités dans ces figures de diffraction d'autre part.

Cette étude nous a ainsi permis d'établir et de vérifier que c'est une loi de similitude caractérisée par le rapport $(\lambda/\lambda_0)(\cos i_0/\cos i)$ qui régit la répartition de la lumière dans les figures de diffraction aberrantes dans le cas général, et cela indépendamment de l'amplitude des aberrations. Cette loi de similitude (qui

s'applique, bien entendu, aux taches de diffraction parfaites) permet, en particulier, de prévoir l'évolution angulaire et chromatique des positions des raies parasites (« satellites ») qui nous intéressent plus spécialement.

Par ailleurs, cette étude nous a aussi permis de montrer que des *lois d'évolution des intensités* dans les régions des figures de diffraction qui nous intéressent (c'est-à-dire dans la région des défauts des figures de diffraction situés en dehors des centres mêmes de ces figures) peuvent être établies pour des aberrations de forme et d'amplitude quelconques. Ces lois prennent un aspect particulièrement simple pour l'application à des réseaux dont les défauts conduisent à des aberrations dont la valeur maximum dans la longueur d'onde la plus courte reste inférieure à $\pi/2$; en effet, ainsi que nous l'établissons au chapitre V, les intensités dans les régions aberrantes des figures de diffraction évoluent suivant une loi en $(\lambda_0/\lambda)^2 (\sin i/\sin i_0)^2$ dans le cas des aberrations des surfaces d'onde diffractées causées par des erreurs de tracé des réseaux, et une loi en $(\lambda_0/\lambda)^2 (\cos i/\cos i_0)^2$ dans le cas des aberrations causées par les défauts propres des miroirs sur lesquels les réseaux sont tracés.

Enfin, nous donnons au chapitre IV une loi d'évolution particulière qui a un intérêt pratique considérable à cause de la fréquence de l'apparition du défaut correspondant dans des réseaux réels où il peut être causé par un type particulier des défauts des miroirs, ainsi que par des erreurs de tracé « cumulatives »; nous montrons et vérifions qu'une erreur de phase linéaire sur une portion du réseau conduit à des raies parasites principales dont les intensités relatives, aussi bien que les distances aux centres des raies, sont indépendantes de la longueur d'onde pour un angle de diffraction donné, ce qui diffère sensiblement du cas général donné ci-dessus.

Nous rappelons, enfin, qu'A. Maréchal [22] avait précédemment établi des lois qui permettent de prévoir l'intensité *au centre* des taches de diffraction optiques en présence d'aberrations géométriques de petite amplitude (inférieures à $\pi/2$ également) et a donné des critères de qualité établis sur ces relations.

Ainsi que nous l'avons noté et montrons aux chapitres III à V, nous nous sommes plus particulièrement attaché dans ce travail à évaluer la forme des figures de diffraction en présence d'aberrations de phase à un paramètre de forme quelconque et à étudier l'évolution des figures de diffraction dans les régions aberrantes centrales. L'expérience montre en effet que les défauts des réseaux modernes [17] se font particulièrement remarquer dans ces régions des images. Toutes les relations théoriques et méthodes de calcul que nous avons établies aux chapitres III et V s'appliquent au calcul de la répartition de la lumière dans les figures de diffraction en présence de telles aberrations de répartition quelconque; elles ont donc une validité très générale dans le cas des réseaux. L'extension au cas général des autres instruments d'optique est également facile à envisager.

2. Le problème de la caractérisation pratique de la qualité des réseaux. — A priori, il semblerait raisonnable de chercher à mesurer $I(\beta)$ qui n'est autre que la figure de diffraction produite par le réseau dans une longueur d'onde (et à un angle) donnés. Or, ainsi que nous le montrons dans le paragraphe 1.3, les

figures de diffraction correspondant aux grands réseaux modernes ont une étendue angulaire si petite qu'une mesure de leur forme n'est pas possible en pratique avec une précision suffisante. Par contre, il existe, d'une façon générale, des relations uniques entre les surfaces d'onde et les figures de diffraction [23]. Ceci est vrai aussi bien dans le cas où il faut tenir compte du caractère vectoriel des radiations électromagnétiques (relations de Kottler, etc.) que dans celui qui est applicable au calcul des figures de diffraction formées par des surfaces d'onde dont les dimensions sont très grandes par rapport à la longueur d'onde ; dans ce dernier cas, qui est celui des réseaux optiques, l'approximation des ondes scalaires (par exemple les relations de Huygens-Fresnel, Kirchhoff, etc.) suffit pour le calcul.

Il reste à montrer que l'étude des surfaces d'onde diffractées par un réseau fournit véritablement toute l'information que l'on cherche sur la formation des images spectrales par un réseau. En effet, lorsque des ondes planes de longueurs d'onde différentes sont reçues par un réseau plan parfait, ce réseau produit, par diffraction, une série de surfaces d'onde planes parfaitement monochromatiques auxquelles correspondent, dans le domaine de Fraunhofer, des taches de diffraction qui sont identiques à celles qui seraient produites par des surfaces d'onde « continues », par exemple celles réfléchies sur un miroir parfait, ayant la même largeur que les surfaces d'onde diffractées. (Nous utiliserons, pour illustrer nos arguments dans l'ensemble de ce travail, des réseaux plans travaillant par réflexion.) Plus précisément, les surfaces d'onde diffractées produisent des répartitions des amplitudes complexes (et, par conséquent, des intensités) dans les figures de diffraction (y compris le domaine s'étalant jusqu'à des régions lointaines des centres des taches) qui sont les *mêmes* (dans la direction de dispersion du réseau) que les répartitions de la lumière qui seraient produites par une surface d'onde parfaite « continue » de même largeur et l'échelle de ces répartitions est la même dans ces conditions.

Cette identité de répartition de la lumière provenant d'une surface d'onde plane continue et d'une surface d'onde plane diffractée ne concerne, bien entendu, que la région entourant les centres des raies et non pas la position des centres eux-mêmes qui est donnée par l'équation du réseau

$$(3) \quad \sin i + \sin i' = m\lambda/a,$$

dans laquelle i et i' sont les angles que les surfaces d'onde incidente et diffractée font avec la surface du réseau, λ la longueur d'onde, m un entier et a la constante d'espacement du réseau.

L'existence de cette identité entre les taches de diffraction produites par des surfaces d'onde diffractées provenant d'un réseau parfait et de celles produites par des surfaces d'onde continues de même largeur conduit à la conclusion importante qu'un réseau peut être considéré comme parfait, en ce qui concerne la formation des images, si l'on peut démontrer que les surfaces d'onde monochromatiques qu'il produit sont planes (ou sphériques) dans leur aspect macroscopique. Or ceci peut facilement être fait en plaçant le réseau, à son angle d'utilisation, à la place de l'un des miroirs d'un interféromètre de Michelson-Twyman-Green, ainsi que nous l'avons précédemment établi [11] et le rappelons au cha-

pitre II. L'expérience confirme qu'une telle surface d'onde ne peut pas être distinguée de celle qui serait obtenue par réflexion sur un miroir plan.

Un corollaire d'une grande importance pratique résulte du fait que les sillons individuels d'un réseau n'agissent ni individuellement, ni par leur structure fine, sur la répartition de la lumière dans les taches de diffraction. En effet, ce corollaire consiste à dire que la mesure « macroscopique » des aberrations des surfaces d'onde diffractées fournit toute l'information recherchée sur la formation des figures de diffraction correspondant à chaque point de la fente-source, tout comme ce serait le cas pour une surface d'onde continue. La mesure macroscopique consiste à mesurer les aberrations (déviations) de la surface d'onde à partir d'une surface d'onde de référence parfaite en un nombre de points discrets, convenablement espacés, en tenant compte d'une portion élevée de l'aire totale de la surface d'onde. On note que les portions des surfaces d'onde négligées ne peuvent avoir que des contributions aux taches de diffraction, qui sont de l'ordre de celles des éléments d'aire négligés, multipliés par l'aberration maximum correspondant au cas donné.

Il reste à montrer que ces considérations (qui s'appliquent à des instruments d'optique en général) prennent un caractère particulier dans l'étude des réseaux.

En effet, les limitations des performances des réseaux sont causées par des défauts résiduels dans la fabrication et l'aluminiure des miroirs, et par les erreurs de traçage du réseau. Dans ce sens, elles sont d'une nature semblable à celles qui limitent les performances d'autres instruments spectroscopiques et optiques ; ces limitations sont alors causées par des défauts des surfaces et des couches minces métalliques ou diélectriques. Mais, dus à la nature particulière du traçage des réseaux et de la fabrication des copies des réseaux, les types d'aberrations rencontrés dans les surfaces d'onde produites par des réseaux sont tout à fait différents de ceux communément rencontrés dans d'autres éléments d'optique ; en conséquence, ils demandent une étude spéciale. Cette étude doit également tenir compte de la nature particulière de l'utilisation des réseaux.

Notons, enfin, qu'il n'est pas exact de dire que la structure fine des surfaces d'onde (due aux variations « microscopiques » de la position et de la phase des sillons) et la structure fine des sillons n'ont aucune influence sur la formation des images par un réseau. La répartition de la lumière diffractée entre les différents ordres et celle de la lumière diffusée dans le spectre dépend d'une manière tout aussi fondamentale des conditions aux limites à la surface des sillons et du réseau que la répartition de la lumière dans les taches de diffraction dépend de la structure « macroscopique » de la surface d'onde. Dans la deuxième partie, nous étudierons le problème de la répartition des amplitudes entre les différents ordres, en portant une attention particulière au rôle joué dans cette répartition et dans sa polarisation par la nature électromagnétique de la lumière et les conditions aux limites sur la surface du réseau. Par ailleurs, A. Maréchal [24] a examiné le problème de la diffusion de la lumière par les surfaces polies et les réseaux. Mais c'est la formation des figures de diffraction et le rôle de celle-ci dans la formation des raies spectrales que nous étudions plus spécialement ici ; l'expérience montre que l'effet des aberrations macroscopiques prédomine, à l'heure actuelle, considérablement dans les réseaux modernes, même les meilleurs [17].

3. Problèmes posés par les méthodes classiques utilisées pour l'évaluation pratique de la qualité des réseaux. — La distribution des intensités $I(\beta)$ dans les figures de diffraction s'introduit naturellement et d'une manière fondamentale dans la formation des images spectroscopiques et l'étude des spectres.

Mais une fois ce fait constaté, les mesures expérimentales de cette distribution des intensités dans les figures de diffraction correspondant à un réseau donné ont jusqu'ici posé des problèmes considérables. En effet, aucune des nombreuses méthodes expérimentales d'étude des réseaux optiques utilisées ou suggérées jusqu'ici n'a permis d'obtenir d'une façon générale la distribution de la lumière $I(\beta)$ dans les figures de diffraction que nous cherchons à déterminer.

Nous donnons dans le paragraphe 1.4 le principe général de la méthode de mesure de $I(\beta)$ que nous décrirons au chapitre III. Mais auparavant, il est nécessaire d'examiner brièvement les difficultés de mesure qui se sont présentées dans le passé. Ces difficultés sont d'ordres théorique et expérimental.

Comme pour une majorité d'autres instruments d'optique, la distribution des intensités dans les figures de diffraction ne peut pas être directement mesurée avec une précision adéquate pour un grand réseau moderne. En effet, le premier minimum de diffraction d'un réseau de 254 mm de large utilisé à 64° en auto-collimation dans le visible ne se trouve qu'à $1''$ environ du centre de la raie, ce qui, même dans un spectrographe de 12 m de longueur focale, ne correspond qu'à 0,06 mm et se trouve, par ailleurs, être du même ordre de grandeur que les largeurs mêmes des raies spectrales qui pourraient servir à une telle mesure et dont on veut plutôt étudier la forme, précisément. Cette région est typiquement quelques centaines de fois plus rapprochée du centre des raies que la position des « ghosts » de Rowland, dont l'importance est d'ailleurs devenue très petite dans la plupart des réseaux modernes [17].

Pour surmonter ces difficultés, on s'est généralement attaché dans le passé à caractériser le réseau par la mesure dans laquelle il pouvait séparer deux raies spectrales (ou l'équivalent artificiel) de même intensité [18, 19, 25]. Le critère théorique, dans ces conditions, était constitué, d'après Lord Rayleigh [16], par les limites de résolution que l'on devait pouvoir obtenir avec des figures de diffraction parfaites (des différentes longueurs d'onde) et correspondant à l'ouverture de la pupille (cette ouverture étant déterminée par la largeur du réseau sous son angle d'utilisation).

Or, de nombreuses aberrations des surfaces d'onde qui se trouvent à l'intérieur de cette pupille n'ont que très peu d'influence sur la possibilité de séparer deux raies de même intensité dans ces conditions. Même si les pieds d'une tache de diffraction formée par un réseau imparfait ont des intensités relativement grandes par rapport au centre et que la largeur de la tache (par exemple à mi-hauteur) soit sensiblement agrandie par rapport à la largeur d'une tache parfaite, on trouve qu'il est encore possible de montrer deux raies séparées « à la limite », pourvu que l'exposition photographique soit convenable et que les possibilités fournies par les non-linéarités du procédé photographique soient proprement exploitées. Malheureusement, dans le cas spectroscopique général, où des raies rapprochées peuvent avoir des rapports d'intensités très variables, les réseaux ne peuvent pas facilement être utilisés dans de telles conditions. De

tels efforts ne fournissent donc pas beaucoup d'information utile sur l'adaptation du réseau à des études spectroscopiques en général et, en particulier, sur les erreurs systématiques que l'on fera dans la localisation et la séparation correcte des raies, ainsi que dans les études des profils spectraux de ces raies. D'autre part, les critères de résolution plus compliqués [26], qui essayent de tenir compte des différences d'intensités, ne sont pas moins arbitraires dans le choix de la qualité du réseau caractérisé et ont, de plus, l'inconvénient d'être pratiquement inutilisables dans le cas général à cause des difficultés expérimentales, photographiques ou photoélectriques. De toute manière, on trouve que les méthodes classiques d'examen des réseaux (telles les études par les méthodes de Foucault, de contraste de phase, de dédoublement des surfaces d'onde [11, 27, 12] et les nombreuses méthodes de « pouvoir de résolution ») conduisent dans l'ensemble à des travaux d'une durée prohibitivement longue, de l'ordre de plusieurs jours, semaines et même mois pour un seul réseau.

Les difficultés créées par les largeurs de raie et le principe des méthodes de mesure des distributions d'intensité dans les figures de diffraction basées sur le principe du « pouvoir de résolution » sont bien illustrées par les figures 1 et 2 (planches I et II). Dans la figure 1 (cas où la largeur Doppler de la raie spectrale est petite par rapport à la largeur théorique de la tache de diffraction) on observe une très bonne résolution, avec une séparation des raies visible pour des résolutions dépassant 100 % de la résolution théorique (ce qui est parfaitement admissible). Par contre, dans la figure 2 (cas où la largeur Doppler de la raie est grande par rapport à la largeur de la tache de diffraction), il n'a pas été possible de vérifier la qualité de la tache de diffraction de ce réseau qui, d'ailleurs, était excellent. Les études photoélectriques des raies souffrent des mêmes difficultés.

Par ailleurs, les méthodes d'étude des transmissions des fréquences spatiales, qui semblent donner des résultats si fructueux dans d'autres domaines de l'optique, ne paraissent pas être adaptées à la caractérisation des instruments spectroscopiques, à cause de la nature particulière des spectres à l'étude desquels ces instruments sont destinés. En effet, dans l'ensemble, les instruments spectroscopiques sont, par excellence, destinés à l'étude d'éléments spectraux isolés, en l'occurrence les distributions des intensités dans des raies spectrales (qui correspondent, par exemple, à des transitions discrètes dans les atomes). Les méthodes en question [27, 28] n'ont ainsi pas donné des résultats pratiques dans l'étude de réseaux réels.

Il apparaît donc rapidement qu'il est nécessaire d'essayer d'obtenir les répartitions de la lumière dans les figures de diffraction par une mesure indirecte ; la mesure de la répartition des phases dans les surfaces d'onde diffractées se présente naturellement. Nous avons donc examiné [11] d'une manière très détaillée les possibilités d'utilisation de diverses méthodes de mesure des surfaces d'onde, telles les méthodes de Foucault, de contraste de phase et de dédoublement des surfaces d'onde. Si l'on tient compte des divers types d'erreurs de tracé et des surfaces d'onde qui apparaissent effectivement dans les bons réseaux modernes (pour lesquels les ghosts de Rowland sont devenus pratiquement négligeables dans la grande majorité des cas et pour lesquels la lumière diffusée

est encore loin d'avoir un effet d'un ordre de grandeur comparable aux autres défauts), on est conduit à conclure que la méthode la plus appropriée, théoriquement et expérimentalement, pour l'évaluation de toutes les caractéristiques de formation des images spectrales par un réseau (y compris le pouvoir de transmission et d'analyse de l'information spectrale) est fondée sur l'utilisation des interférogrammes des surfaces d'onde diffractées qui sont obtenus facilement suivant la méthode que nous avons précédemment décrite [11] et que nous rappelons au chapitre II.

4. Nouvelle méthode pratique pour l'évaluation de la qualité des réseaux et des images. — Les avantages et la simplicité d'utilisation de notre méthode interférométrique de mesure des surfaces d'onde diffractées [11] ont maintenant été vérifiés par l'étude de plusieurs centaines de réseaux et de copies de réseaux. Cette méthode permet d'obtenir expérimentalement dans les interférogrammes, sans autre intervention, la représentation la plus idéale de la répartition de la phase dans les surfaces d'onde diffractées, telle qu'on devrait la tracer à partir de n'importe quelle mesure, si les interférogrammes ne la fournissaient pas directement. En effet, on obtient dans les interférogrammes le graphique même de la répartition des phases (des ondes diffractées) dans la pupille. Les déviations à partir d'une droite (ou d'une circonférence) dans ce graphique permettent une appréciation immédiate de la qualité du tracé d'un réseau donné; elles indiquent directement les déplacements erronés des traits correspondants sur le réseau, dont la connaissance est essentielle pour le développement et l'amélioration d'une machine à réseaux [10, 12].

Mais, de plus, ces graphiques de la répartition des phases dans les surfaces d'onde diffractées, représentée dans les interférogrammes, se prêtent directement au calcul détaillé, et relativement facile, de la distribution de la lumière dans les figures de diffraction formées par un réseau réel donné. Les aberrations des réseaux modernes sont petites, mais généralement pas négligeables.

Le calcul des figures de diffraction (amplitude, phase et intensité), dont nous donnons le détail au chapitre III, est effectué par le simple moyen d'une transformation de Fourier de la répartition de phase telle qu'elle apparaît en sa forme graphique dans les interférogrammes expérimentaux. Dans le cas général, le calcul doit être effectué à l'aide d'une machine à calculer analogique ou digitale; cette machine doit permettre de faire des sommations pour une aberration de *forme quelconque* représentée d'une manière graphique ou d'une manière digitale (point par point). Ceci est nécessaire car, par suite du mode de fabrication des réseaux, il s'agit de surfaces d'onde dont la forme n'est pas développable (en pratique) ni en série de fonctions, ni en série de termes d'aberrations géométriques, ainsi que c'est le cas pour un certain nombre d'autres instruments d'optique.

Nous rappelons, à ce sujet, qu'A. Maréchal, en particulier, a étudié [22] les effets de telles aberrations géométriques et que son intégrateur électromécanique [22] a le premier, et cela depuis 1947, permis de calculer la distribution de la lumière dans de très nombreuses taches de diffraction produites par des surfaces d'onde développables en aberrations géométriques, dans le cas des pupilles circulaires.

Nous avons également examiné la possibilité d'utilisation, pour l'évaluation des taches de diffraction formées par un réseau, d'un arrangement de calcul analogique basé sur un interféromètre photoélectrique semblable à celui décrit par H. H. Hopkins et M. De [29] pour le calcul des intégrales de diffraction correspondant à des lentilles et des miroirs réels. Cette méthode de calculer les figures de diffraction pourrait devenir fort intéressante si elle est appliquée avec un soin expérimental approprié. Néanmoins, étant donné que les interférogrammes des surfaces d'onde diffractées sont déjà obtenus couramment pour l'évaluation rapide et immédiate de chaque réseau, il nous a paru plus simple de ne pas avoir recours à d'autres mesures expérimentales, mais d'utiliser ces interférogrammes expérimentaux comme base de départ pour le calcul de la distribution de la lumière (amplitude, phase et intensité) dans les figures de diffraction. Nous donnons le détail de ce calcul au chapitre III.

Le calcul est effectué à l'aide d'un programme (spécialement préparé dans le cadre de ce travail) qui permet de calculer l'amplitude diffractée $\mathcal{A}(\beta)$ dans le domaine de diffraction β suivant l'équation

$$(4) \quad \mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^{+1} \exp [ik\Delta(\eta)] \exp [i\beta\eta] d\eta$$

et des équations associées pour la phase et l'intensité, sur un ordinateur de grande rapidité, IBM 704. Le calcul part de 1 000 points de phase $k\Delta(\eta)$ relevés suivant la coordonnée normalisée η directement sur l'interférogramme expérimental. Le résultat est obtenu sous forme de valeurs pour l'amplitude complexe (parties réelle $\text{Re}[\mathcal{A}(\beta)]$ et imaginaire $\text{Im}[\mathcal{A}(\beta)]$), phase $\Phi(\beta)$ et intensité $I(\beta)$ pour un total de 970 points-images β au maximum, situés entre -70 et $+70$ unités de diffraction, de part et d'autre des centres des raies. Le nombre considérable de 45 valeurs est obtenu entre les deux premiers minima de diffraction (une unité de diffraction de part et d'autre des centres). Des durées de calcul typiques sont de 2,5 mn de l'ordinateur jusqu'à ± 4 unités de diffraction, 7,5 mn jusqu'à ± 23 unités de diffraction (360 points-images) et il est parfaitement possible, en pratique, d'arrêter le calcul à n'importe quel nombre d'unités de diffraction à partir du centre, dans le domaine accessible, et de le reprendre par la suite, suivant les besoins déterminés par la qualité du réseau étudié.

Les distributions des intensités calculées ont pu être vérifiées à l'aide d'un certain nombre de réseaux optiques de caractéristiques très différentes, dont trois étaient des réseaux que nous avons spécialement tracés, dans le cadre de ce travail, sur la machine à réseaux interférométrique du Massachusetts Institute of Technology [10] de façon qu'ils présentent des « erreurs contrôlées » introduites à dessein sous contrôle interférométrique [12]. Deux des réseaux avaient des largeurs dépassant 250 mm et, pour l'un de ceux-là, le meilleur des réseaux tracés jusqu'ici [17], les calculs et vérifications ont été effectués pour trois longueurs d'onde, dans le visible, le bleu et l'ultraviolet, alors que des vérifications en deux longueurs d'onde (visible et ultraviolet) ont été effectuées pour des réseaux à « erreurs contrôlées » qui avaient été tracés de façon à permettre de vérifier la loi particulière relative aux erreurs de phase linéaires dont il a été question plus haut. Les distributions des intensités calculées ont été vérifiées et trouvées en

excellent accord, dans tous les cas, avec les distributions des intensités dans les images spectrales des raies simples de ^{198}Hg . Les vérifications expérimentales des calculs sont possibles, dans certains cas, déjà à partir du premier minimum de diffraction (une unité de diffraction). Un excellent accord a été obtenu même dans les cas où les surfaces d'onde diffractées ont conduit à plusieurs dizaines de raies parasites (satellites) d'intensités relatives et de longueurs d'onde différentes, et cela dans un domaine de quelques dizaines d'unités de diffraction de part et d'autre des centres des raies (ainsi que nous l'avons noté dans l'introduction générale). Il est bien entendu que seule l'évaluation des figures de diffraction à partir des surfaces d'onde peut fournir la distribution de la lumière dans les parties éloignées des figures tout aussi bien que dans les parties centrales (où se trouve une proportion élevée de l'énergie) avec une précision suffisante pour les utilisations spectroscopiques des réseaux.

Un des résultats de ce calcul a ainsi été de vérifier que les diverses raies parasites trouvées dans le voisinage plus ou moins lointain des centres des raies principales faisaient bien partie des figures de diffraction et que leur origine était simplement à chercher dans les aberrations des surfaces d'onde diffractées considérées comme un tout. Un certain nombre de calculs ont été effectués sur l'ordinateur afin de vérifier ce fait, aussi bien que la méthode de calcul elle-même ; ces calculs ont été effectués pour des surfaces d'onde hypothétiques, pour lesquelles une solution analytique a pu être établie. Une relation détaillée entre une seule raie parasite donnée et une aberration de surface d'onde donnée (ou même une portion de surface d'onde) ne peut être établie que dans des cas particuliers, importants il est vrai. C'est le cas des satellites principaux dus aux aberrations de phase linéaires décrits plus haut, ainsi que celui de ghosts de Rowland ; l'origine de ces ghosts, dans les erreurs de phase périodiques, peut être facilement établie à l'aide de la solution pour les erreurs de phase linéaires, aussi étrange que cela puisse apparaître au premier abord (voir chap. IV). Par contre, si la répartition de la lumière dans les figures de diffraction (aussi compliquées soient-elles) est connue pour une longueur d'onde et un angle d'utilisation du réseau donnés, par exemple par le calcul ou expérimentalement, on peut en déduire immédiatement, avec une très bonne approximation, la répartition de la lumière pour les autres longueurs d'onde et angles, au moyen des lois d'évolution, telles que celles que nous avons données dans le paragraphe 1.1. L'intérêt des lois d'évolution devient ainsi évident.

Il est clair aussi que, lorsqu'une connaissance exacte de la distribution de la lumière dans l'ensemble des figures de diffraction aberrantes est nécessaire, seul le calcul pour chaque longueur d'onde intéressante peut donner la distribution recherchée, au moyen de la méthode que nous venons de décrire. Mais de toute manière, deux interférogrammes, dans une longueur d'onde quelconque et à deux angles différents, sont suffisants pour permettre le calcul (ou l'application des lois d'évolution) d'une manière unique pour toutes les longueurs d'onde intéressantes.

5. Utilisation spectroscopique des images et de l'information expérimentale décrivant les figures de diffraction. La connaissance de la distribution des

PLANCHE I

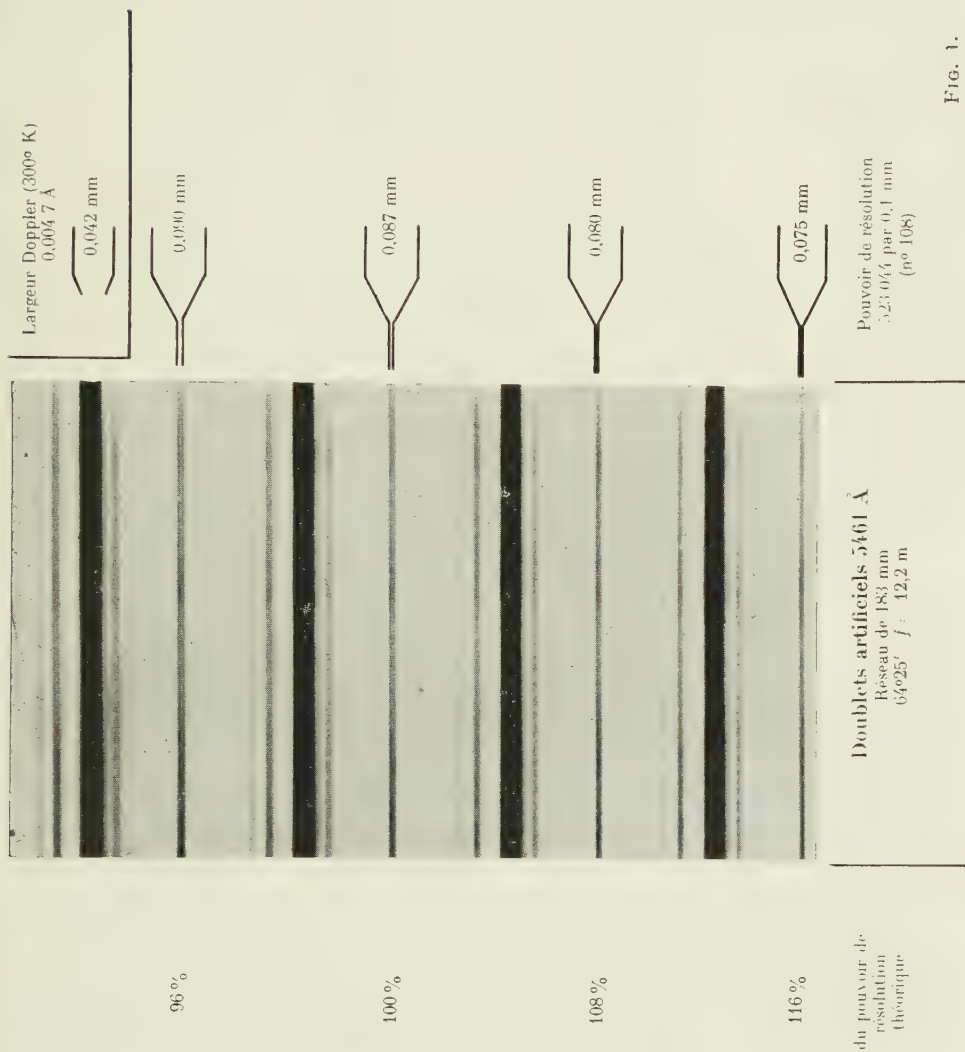


Fig. 1.

PLANCHE II

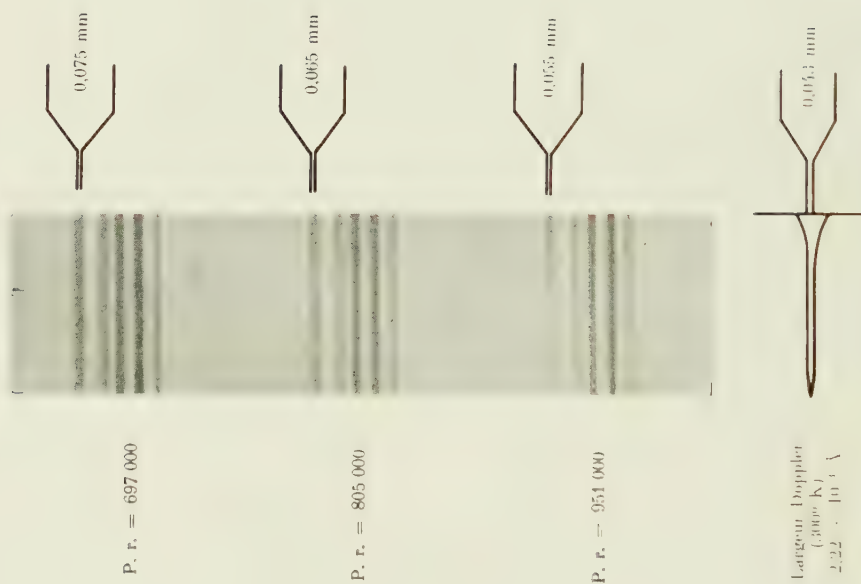


Fig. 2

Doublets artificiels 2537 Å

Reseau de 254 mm
60°
 $l = 12.2\text{ m}$

intensités dans les figures de diffraction permet d'envisager l'extension immédiate à la spectroscopie optique de certaines considérations basées sur l'emploi des produits de composition, tel que celui de l'équation (1), et récemment appliqués aussi en radioastronomie [30]. Grâce à la connaissance de la distribution $I(\beta)$ dans une figure de diffraction, on doit pouvoir obtenir avec grande précision la distribution des intensités spectrales « réelles » $I(\beta)_{\text{spectrale}}$ que l'on cherche à connaître en spectroscopie.

Le développement d'une méthode pratique qui permette de résoudre l'équation du problème qui se pose fera l'objet d'une communication future. On a, en effet, d'après l'équation (1)

$$(5) \quad T[I(\beta)_{\text{spectrographe}}] = T[I(\beta)] \cdot T[I(\beta)_{\text{spectrale}}] .$$

Une solution de l'équation (5) par division des transformées serait possible si les difficultés de la division dans les régions où $T[I(\beta)]$ est nulle étaient surmontées ; des méthodes de solution approximative de l'équation intégrale correspondante ont été récemment indiquées par J. Arsac [30] et d'autres auteurs cités par lui avec une référence spéciale aux problèmes astronomiques. En toute rigueur, la largeur finie des fentes-sources des spectrographes ou spectromètres entraîne un autre produit de composition qui s'introduit sans difficulté, ainsi que l'ont montré P. Jacquinot & C. Dufour [13]. La largeur de la fente est choisie d'après des considérations établies par P. H. van Cittert [13]. Il est nécessaire de tenir compte de ces effets et d'employer $I(\beta)$ dans les équations (1) et (5) sous la forme ainsi modifiée. Avec cette réserve, les équations (1) et (5) indiquent comment les distributions des intensités $I(\beta)$ dans les figures de diffraction produites par les réseaux sont à utiliser pour déterminer la « véritable » distribution des intensités spectrales dans la source de lumière que l'on cherche à étudier. L'intérêt de la connaissance précise de $I(\beta)$ correspondant à un réseau donné devient ainsi évident ; $I(\beta)$ est obtenue au moyen de la méthode que nous donnons au chapitre III.

A la suite de ces considérations, on conçoit pourquoi des précisions de mesures spectroscopiques avec des réseaux, qui dépassent considérablement celles que l'on pouvait espérer obtenir dans le passé, deviennent possibles, même avec des réseaux qui présentent encore des défauts non négligeables pour des travaux d'études de formes de raie et de déplacements de centre de gravité, par exemple. Les possibilités d'effectuer de tels travaux avec des réseaux ont été attendues depuis longtemps [17], nous le rappelons, en particulier dans les études des formes des raies solaires [15]. Elles prennent une place croissante dans l'étude de certaines caractéristiques des noyaux atomiques [14, 31]. Tous ces avantages peuvent, bien entendu, être exploités dans les nouveaux arrangements spectroscopiques que nous avons décrits ailleurs [32, 12, 17].

II. Mesure interférométrique de la répartition de phase dans les surfaces d'onde diffractées

1. **Principe de la méthode de mesure.** — Dans un article publié en 1955 [11], nous avons donné la description détaillée d'une méthode interférométrique que

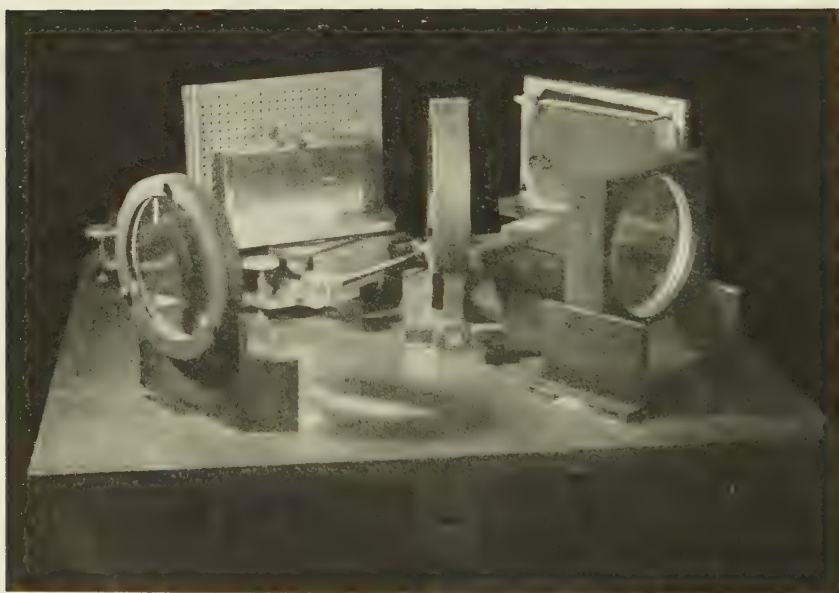
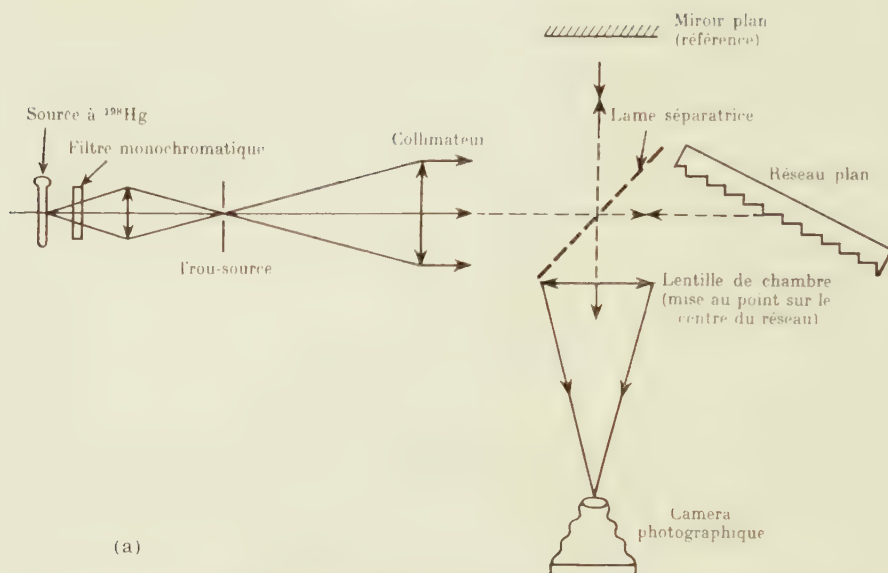


FIG. 3.

nous avons développée pour la mesure de la position des traits tracés sur un réseau, au moyen de la mesure des aberrations de phase dans les surfaces d'onde diffractées par ce réseau. Nous en rappelons ici les principes fondamentaux dans

la forme nécessaire à la compréhension du présent travail. Nous avons trouvé, en effet, que les interférogrammes des surfaces d'onde diffractées peuvent non seulement être utilisés pour la mesure des défauts de tracé des réseaux, mais qu'ils sont aussi immédiatement utilisables pour la prévision et le calcul des figures de diffraction formées par les réseaux (chap. III à V).

Les deux propriétés les plus importantes des interférogrammes des surfaces d'onde diffractées sont :

1° *la répartition des erreurs* dans les positions des sillons le long du réseau est obtenue dans l'interférogramme directement sous sa forme graphique idéale, celle d'une déviation des franges à partir d'une droite le long de l'interférogramme, et cela sans aucune autre intervention expérimentale ;

2° quelle que soit la constante d'espacement du réseau, si l'on exprime les erreurs de position des sillons en franges $\lambda/2$ de la même longueur d'onde que celle qui sert à obtenir l'interférogramme à un angle i en autocollimation, 1 frange d'erreur dans la position des sillons donne lieu à $\sin i$ franges de déviation correspondante dans l'interférogramme.

La forme graphique de la répartition des erreurs le long du réseau — sous la forme de la courbe de l'aberration de phase le long des surfaces d'onde diffractées qui est obtenue dans l'interférogramme — est ainsi manifestement adaptée d'une façon parfaite à la prévision des figures de diffraction qui seront formées par le réseau en question. Dans le chapitre III nous donnons la description de la méthode que nous avons développée pour le calcul des figures de diffraction à partir des interférogrammes expérimentaux. Mais auparavant, nous donnons le principe ainsi que quelques aspects pratiques complémentaires de la méthode interférométrique dont la preuve a été faite dans l'examen de plusieurs centaines de réseaux.

Le principe de la méthode de mesure des réseaux plans (fig. 3) consiste à placer le réseau à étudier dans l'un des bras d'un interféromètre de Michelson-Twyman-Green et cela de façon que le réseau soit utilisé en autocollimation à un angle i le plus élevé possible et que les projections des longueurs des sillons du réseau soient perpendiculaires (en moyenne) aux franges d'interférences qui sont formées entre la surface de référence plane et l'onde diffractée monochromatique (qui est aussi plane aux aberrations près).

Pour l'examen des réseaux concaves (qui ne sont qu'exceptionnellement examinés interférométriquement, à cause du fait qu'ils ne peuvent fournir des images stigmatiques de bonne qualité que dans des cas particuliers) le montage est légèrement modifié (fig. 4) de façon à utiliser la propriété du stigmatisme des réseaux concaves pour une diffraction dans la direction de la normale (signalée par A. Maréchal [33]) : dans les conditions indiquées sur la figure 4, un réseau concave parfaitement tracé donnerait une surface d'onde parfaitement plane, en autocollimation dans le bras contenant le réseau et le miroir convexe.

Dans ce qui suit, nous illustrons nos arguments par le montage convenant à l'examen des réseaux plans qui, eux, sont régulièrement examinés dans l'interféromètre de la figure 3. L'interférogramme obtenu dans les conditions indiquées par cette figure, dans une longueur d'onde et à un angle donnés, permet de mesurer par simple inspection les aberrations de phase ou les différences de marche

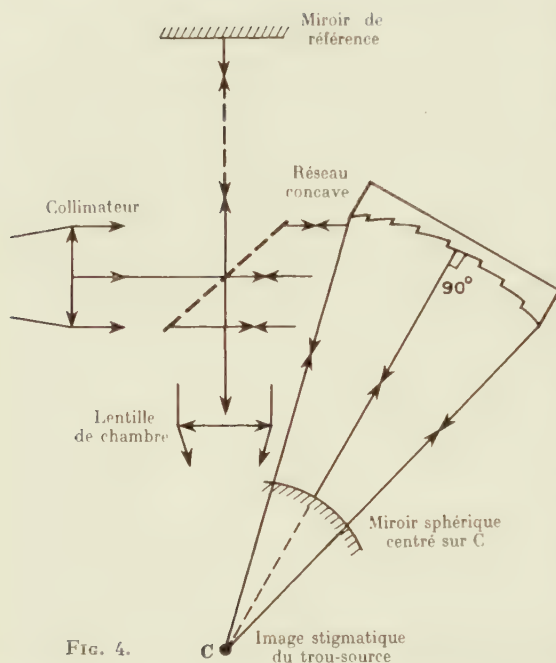


FIG. 4.

dans les surfaces d'onde diffractées. En effet, l'interférogramme fournit directement les aberrations de phase sous la forme de déviations des franges à partir d'une surface d'onde de référence, c'est-à-dire à partir d'un système de courbes de référence dans la pupille ; en pratique, et c'est le point important, la majorité des réseaux ont des sillons suffisamment parallèles entre eux pour qu'il suffise de se rapporter à une seule courbe de référence dans l'interférogramme. Cette courbe est une droite d'une façon générale (correspondant à une surface d'onde plane). Mais cette courbe peut aussi être un arc de circonférence (une parabole,

plus exactement) correspondant à une surface d'onde de section parabolique ; en effet, une telle surface d'onde donne, en son meilleur foyer, une figure de diffraction sans aberrations, aussi parfaite que la figure produite par une surface d'onde plane en son meilleur foyer à elle [34].

Dans ces conditions, la frange d'interférence elle-même constitue le graphique de la déviation $\overline{\Delta(u)}$ de la surface d'onde en fonction de la coordonnée u dans la pupille, $\overline{\Delta(u)}$ étant mesurée en franges [ce qui est indiqué par la barre au-dessus de $\Delta(u)$]. L'échelle de mesure est, en effet, tout simplement donnée par la distance entre deux franges (interfrange) qui correspond à une aberration de phase $\Delta\Phi(u)$ de 2π radians.

On a donc

$$(6) \quad \Delta\Phi(u) = 2\pi\overline{\Delta(u)}.$$

Réciproquement, par frange de déviation dans la surface d'onde, à laquelle correspond une aberration de phase $\Delta\Phi = 2\pi$, on a une différence de marche

$$(7) \quad \Delta(u) = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\Phi(u) = \lambda.$$

D'une façon générale

$$(8) \quad \Delta\Phi(u) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta(u),$$

où $\Delta(u)$ est la différence de marche dans la surface d'onde.

En résumé, une frange de déviation dans la surface d'onde correspond à une aberration de phase de 2π ou à une différence de marche de λ . Ceci est bien connu, mais essentiel pour établir la relation entre les aberrations des surfaces d'onde et les défauts du réseau.

En effet, il est nécessaire de connaître cette relation pour deux raisons importantes.

1° Les interférogrammes des surfaces d'onde diffractées permettent de mesurer les défauts de tracé des réseaux, ainsi que les défauts des miroirs sur lesquels les réseaux sont tracés (grating blanks); les défauts des miroirs à réseau peuvent être dus soit à des défauts des miroirs eux-mêmes, soit, très souvent, à des imperfections dans la plénitude de l'aluminium.

2° Les mêmes interférogrammes permettent de calculer la distribution de la lumière dans les figures de diffraction qui seront formées par les surfaces d'onde diffractées (chap. III); ils permettent, aussi, de prévoir l'évolution des défauts dans les figures de diffraction aberrantes avec la longueur d'onde et l'angle de diffraction (chap. V). Or, ainsi que nous le montrons dans le chapitre V, l'évolution des défauts dans les figures de diffraction dépend de l'origine des aberrations dans les défauts des réseaux (défauts de tracé ou défauts des miroirs).

Enfin, les mêmes interférogrammes permettent de prévoir, par simple inspection, l'existence de certaines raies parasites particulièrement nuisibles (chap. IV).

Avant de procéder à l'étude de la relation entre les interférogrammes et les défauts des réseaux, nous signalons que les détails complets concernant le principe et les applications de notre méthode ont été donnés dans notre article mentionné ci-dessus [11]. Ces détails concernent, en particulier,

1° une comparaison de la méthode interférométrique à d'autres méthodes d'examen des réseaux, ainsi qu'une revue bibliographique des travaux antérieurs (voir aussi [10b]);

2° une description détaillée de l'interféromètre;

3° l'interprétation de la formation du système des franges;

4° l'évaluation des erreurs de phase dues à des erreurs dans la position, l'orientation et la forme des sillons;

5° la visibilité des franges;

6° la sensibilité et les limites d'utilisation.

2. Relation entre l'aberration des surfaces d'onde diffractées et les erreurs de tracé des réseaux. — La figure 5 montre immédiatement que lorsqu'un réseau est utilisé en autocollimation à l'angle i , un déplacement d'un sillon de Δa le long de la surface du réseau produit, dans la surface d'onde, une différence de marche Δ_u égale à

$$(9) \quad \boxed{\Delta_u = 2 \Delta a \sin i}.$$

L'équation (9) est la relation fondamentale qui permet de relier les erreurs de position $\Delta a(u') \equiv \Delta a(u/\cos i)$ aux différences de marche $\Delta_u(u) \equiv \Delta(u)$ dans les surfaces d'onde diffractées. L'aberration de phase correspondante est

l'espacement est contrôlé interférométriquement au moyen de la même longueur d'onde qui sert à l'examen des réseaux. L'équation (13) montre aussi que la sensibilité des déviations dans les interférogrammes aux erreurs de tracé du réseau croît avec le sinus de l'angle d'examen. Enfin, elle montre que les différences de marche (dans les surfaces d'onde) dues aux erreurs de tracé augmentent avec le sinus de l'angle d'utilisation du réseau.

En notant qu'en autocollimation

$$(14) \quad 2 \sin i = m\lambda/a,$$

on a

$$(15) \quad \Delta(u) = m\lambda \frac{\Delta a(u')}{a}$$

et

$$(16) \quad \Delta\Phi(u) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta(u) = 2\pi m \frac{\Delta a}{a}$$

qui conduit à la relation pratique n° 2.

Relation pratique n° 2. — Une déviation de 1 frange dans l'interférogramme est causée par un déplacement

$$(17) \quad \boxed{\Delta a = a/m}$$

du sillon (ou de la région de sillons) correspondant sur le réseau, lorsque l'examen est effectué dans l'ordre m .

Ainsi, dans le premier ordre ($m = 1$), la déviation de 1 frange correspond à un déplacement du sillon de 1 trait exactement et ainsi de suite. Ces conclusions sont encore indépendantes de la constante d'espacement du réseau.

La relation (17) est particulièrement utile dans l'évaluation et la correction de la qualité de machines mécaniques, dans lesquelles l'espacement est effectué, précisément, trait par trait. Dans ces conditions, la correction des erreurs cumulatives et des erreurs périodiques (systématiques) s'effectue en fonction d'une fraction de trait, le plus souvent.

Notons, enfin, que l'aberration dans les surfaces d'onde diffractées est due à l'ensemble des défauts du réseau qui donnent lieu à un déplacement du centre de gravité du sillon (tel qu'il est observé à l'angle donné). Un certain nombre de défauts typiques de ce genre sont :

a) un déplacement d'un sillon de forme parfaite le long d'un réseau parfaitement plan ;

b) un sillon de forme parfaite non déplacé, mais tracé plus ou moins profondément que les autres sillons ;

c) une variation dans la forme d'un sillon ;

d) un défaut de planéité du miroir à réseau (grating blank) sur lequel le réseau est tracé avec une régularité parfaite.

La variation angulaire des aberrations pour toutes les erreurs de tracé (telles que celles des types a , b et c) est donnée par les équations (10) et (13) ainsi que nous l'avons précédemment indiqué [11].

A cause de l'effet particulièrement nuisible que les défauts des miroirs (type *d*) peuvent avoir sur les images (chap. IV), il y a lieu de les étudier séparément. Un examen interférométrique, soit avant, soit même après le tracé, permet de distinguer immédiatement les erreurs de tracé des erreurs des miroirs. Cette distinction n'est pas inutile, ainsi que nous le montrons dans le chapitre IV.

3. Relation entre l'aberration des surfaces d'onde diffractées et les défauts des miroirs à réseau (grating blanks). — Si un réseau est tracé avec une régularité parfaite dans un plan qui coïncide avec le plan du réseau, cet espacement

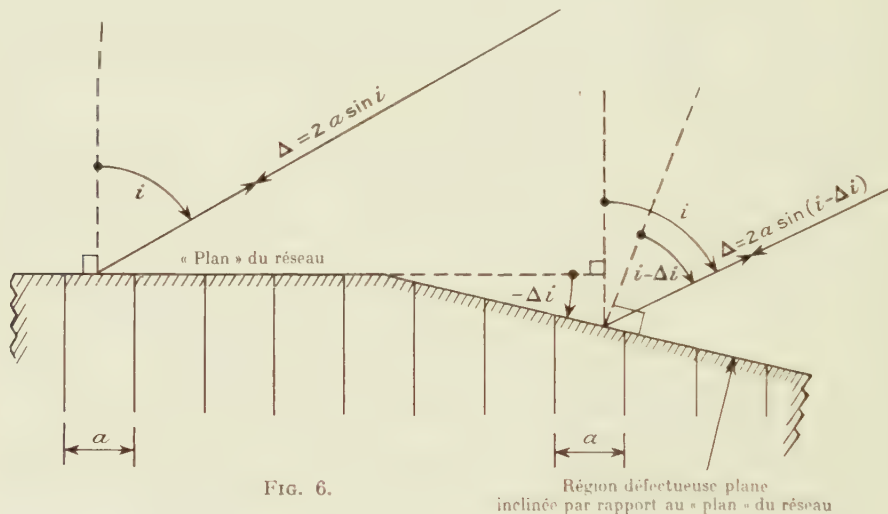


FIG. 6.

paraîtra avoir une constante d'espacement différente dans les régions du réseau où le miroir à réseau présente des défauts de planéité.

En effet (fig. 6), l'espacement apparent des traits à un angle i du réseau est égal à $a \sin i$ dans la région plane du réseau et à

$$a \sin (i \pm \Delta i) \simeq a (\sin i \pm \Delta i \cos i)$$

dans une région (plane) inclinée de $\pm \Delta i$ par rapport au plan du réseau.

La variation apparente de pas est $\Delta a = \pm a \Delta i \cos i$ et la variation apparente relative de pas est

$$(18) \quad \Delta a/a = \pm \Delta i/\operatorname{tg} i.$$

Si l'on prend un interférogramme du réseau, la région inclinée donne lieu à un déplacement correspondant des franges dans l'interférogramme; ainsi, si les franges dans la région « plane » sont droites, les franges dans la partie « inclinée (également plane) » seront également droites, mais elles seront inclinées par rapport aux franges correspondant à la partie « plane ». En particulier, si l'interférogramme est pris à l'angle i , le déplacement des franges est égal à $a \Delta i \cos i$ franges par trait a dans le cas où l'espacement a est également exprimé en

franges de la même longueur d'onde que celle qui correspond à l'interférogramme. Si la région inclinée s'étend sur N traits (distance sur le réseau — Na franges), le déplacement correspondant des franges dans l'interférogramme (qui est linéaire le long de la surface d'onde) atteint un déplacement maximum (par rapport aux franges de référence) égal à

$$(19) \quad \boxed{\delta_I = N a \Delta i \cos i \text{ franges}} .$$

L'aberration de phase correspondante est égale à 2π par frange de déplacement dans l'interférogramme, bien entendu.

On est conduit à conclure que, contrairement aux aberrations dues aux erreurs de tracé des traits (qui *augmentent* comme le sinus de l'angle de diffraction), les aberrations dues aux défauts des miroirs *diminuent* comme le cosinus du même angle (en autocollimation).

Ce résultat (heureux) permet de déceler par un simple examen interférométrique si les aberrations sont dues à des défauts de tracé ou à des défauts des miroirs à réseau. En effet, il suffit de prendre les interférogrammes sous deux angles différents et d'examiner le sens de variation des aberrations; celles qui augmentent avec l'angle sont dues à des défauts de tracé, celles qui diminuent quand l'angle augmente sont dues à des défauts des miroirs.

Il est important de noter que, en ce qui concerne la *formation des images*, c'est l'aberration qui intervient, sans qu'il soit nécessaire de chercher son origine dans des défauts particuliers (chap. III et IV). Par contre, en ce qui concerne *l'évolution des défauts dans les figures de diffraction aberrantes* avec l'angle de diffraction (chap. V), il est nécessaire d'être en mesure de différencier entre les aberrations dues aux défauts des miroirs et celles dues aux défauts de tracé.

Enfin, quelle que soit l'origine d'une aberration du type « linéaire », telle que celle qui résulterait d'une région inclinée du miroir, on peut toujours relier cette aberration à une variation apparente relative de pas. En effet, si, comme plus haut, δ_I franges est le déplacement maximum dans une région à aberration « linéaire » dans un interférogramme pris à l'angle i , il lui correspond $\delta_I/\sin i$ franges de déplacement sur le réseau. Or, si ces $\delta_I/\sin i$ franges ont été accumulées sur une distance de Na franges le long du réseau, on a immédiatement

$$(20) \quad \boxed{\frac{\Delta a}{a} = \frac{\delta_I/\sin i}{Na}} .$$

Cette relation très utile nous servira au chapitre IV.

Dans le cas où δ_I aurait été causé par une inclinaison Δi du miroir, on a, comme dans l'équation (19), $\delta_I = N a \Delta i \cos i$ et nous vérifions l'équation

$$(18) \quad \Delta a/a = \Delta i/\operatorname{tg} i$$

pour la variation apparente relative de pas.

La figure 7 indique le sens du déplacement des franges qui correspond à un déplacement des traits sur le réseau.

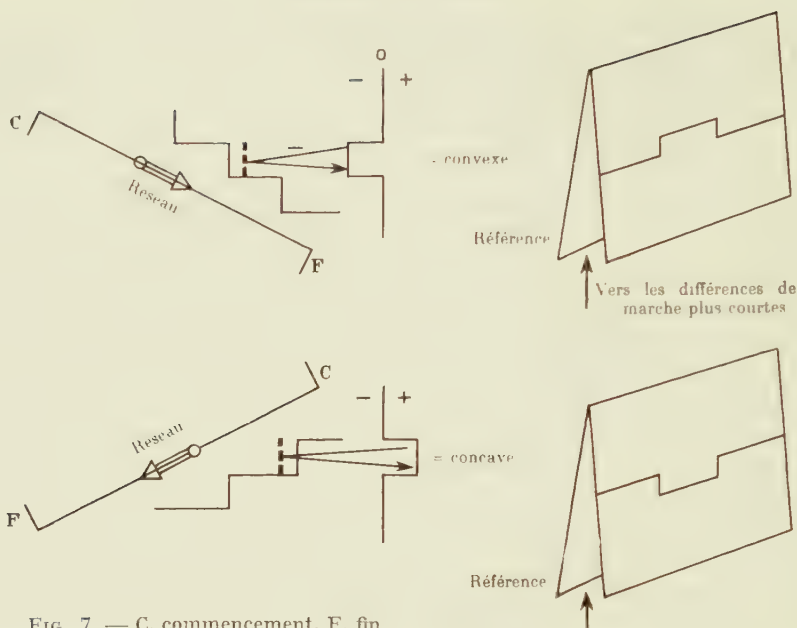


FIG. 7. — C, commencement, F, fin.

III. Calcul de la distribution de la lumière dans les figures de diffraction à partir des mesures interférométriques des surfaces d'onde diffractées

1. Mise en équation de la relation entre les surfaces d'onde diffractées aberrantes et les figures de diffraction sous une forme normalisée utilisable pour le calcul sur un ordinateur IBM 704. — Un bon réseau moderne, avec un bon parallélisme des traits suivant leur longueur, produit des surfaces d'onde dont la variation de phase est pratiquement à un seul paramètre dans une pupille rectangulaire. Dans l'approximation scalaire des théories de la diffraction, qui s'applique au cas de la formation des images, et en vertu de l'équivalence entre les surfaces d'onde diffractées et les surfaces d'onde continues (§ I. 1), le calcul de la distribution des amplitudes et des phases dans les images monochromatiques, formées par les surfaces d'onde, se réduit au calcul de la diffraction de Fraunhofer par une ouverture rectangulaire, dans laquelle la distribution de phase résulte de la répartition des traits tracés sur le réseau (chap. II). Les aberrations des surfaces d'onde produites par des réseaux sont, en général, tout aussi bien locales (microscopiques) qu'étendues (macroscopiques) et leur valeur doit être mesurée par rapport à une surface d'onde de référence parfaite (plane ou parabolique).

On montre sans difficulté que la relation entre une surface d'onde aberrante et les figures de diffraction qu'elle forme peut être établie en fonction de l'aberration de la surface d'onde. En effet (fig. 8), si la coordonnée dans la surface d'onde suivant la largeur du réseau (direction de l'espace ou de la dispersion) est appelée u et si l'on appelle $\Delta(u)$ l'aberration de la surface d'onde dans la pupille de largeur A , alors l'amplitude complexe de la vibration lumineuse (due

à l'ensemble de la surface d'onde) en chaque point x d'un plan-image au foyer d'un système convergent de longueur focale f est donnée par l'équation

$$(21) \quad a[(2\pi/\lambda f)x] = \exp[i(\omega t - \Phi)] \int_{-A/2}^{+A/2} A(u) \exp[ik\Delta(u)] \exp\left\{[-i(2\pi/\lambda f)]xu\right\} du,$$

dans laquelle ω est la fréquence électromagnétique de la vibration lumineuse, t le temps, λ la longueur d'onde, Φ un terme de phase arbitraire et constant à travers la surface d'onde, $i = \sqrt{-1}$, $A(u)$ étant ici l'amplitude réelle de la vibration complexe $g(u)$ dans la pupille, telle que

$$(22) \quad g(u) = A(u) \exp[ik\Delta(u)].$$

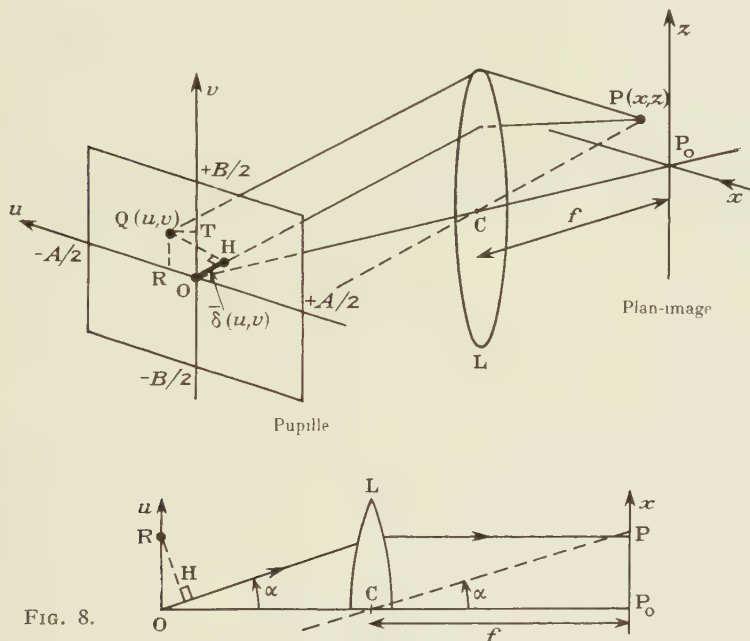


FIG. 8.

Pour un réseau uniformément directif, l'amplitude $A(u)$ est constante à travers la pupille et la surface d'onde est alors une surface de phase seulement. C'est le cas que nous étudions.

L'amplitude complexe dans l'image $a[(2\pi/\lambda f)x]$ est celle que l'on convient d'appeler l'amplitude de la figure de diffraction dans le plan-image correspondant à la surface d'onde dans la pupille.

L'intérêt de représenter la relation de la figure de diffraction à la surface d'onde en fonction de l'aberration $\Delta(u)$, comme c'est le cas dans l'équation (21), est que l'aberration $\Delta(u)$ est précisément celle qui est obtenue sous forme graphique immédiatement utilisable dans les interférogrammes des surfaces d'onde diffractées (chap. II).

L'équation (21) se démontre facilement. En effet (fig. 8), soit la pupille définie par les coordonnées rectangulaires u et v , et soit $P(x, z)$ un point dans le plan-

image au foyer du système convergent L de longueur focale f . Les cosinus directeurs de P sont

$$\gamma_u = \cos \widehat{ROH}, \quad \gamma_v = \cos \widehat{TOH}.$$

Soit $\bar{\delta}(u, v) = OH = \gamma_u u + \gamma_v v$ et

$$\Delta\Phi(u, v) = (2\pi/\lambda)\bar{\delta}(u, v) = (2\pi/\lambda)(\gamma_u u + \gamma_v v).$$

Soit $g(u, v)$ l'amplitude de la vibration complexe dans le plan de la pupille. La vibration en P due à O est

$$(dE_s)_O = g(0) \exp [i(\omega t - \Phi)] du dv$$

et la vibration en P due à Q est

$$(dE_s)_Q = g(u, v) \exp [i(\omega t - \Phi) - i \Delta\Phi(u, v)] du dv.$$

La vibration résultante en P due à l'ensemble de la pupille est donnée par

$$[E_P]_{u,v} = \exp i(\omega t - \Phi) \int_{-A/2}^{A/2} \int_{-B/2}^{B/2} g(u, v) \exp [-i \Delta\Phi(u, v)] du dv.$$

Pour une distribution de phase à un seul paramètre u dans la pupille on a, en posant $E_P \equiv [E_P]_u$,

$$E_P = \exp [i(\omega t - \Phi)] \int_{-A/2}^{A/2} g(u) \exp [-i \Delta\Phi(u)] du.$$

Mais $\Delta\Phi(u) = (2\pi/\lambda)\bar{\delta}(u) = (2\pi/\lambda)\gamma_u u$ et (fig. 8) $\gamma_u = \cos ROH = \sin \alpha \simeq x/f$, ce qui donne, avec

$$(22) \quad g(u) = A(u) \exp [ik\Delta(u)]$$

et $E_P \equiv a[(2\pi/\lambda f)x] =$ amplitude complexe de la vibration au point P, l'équation (21) ci-dessus (c.q.f.d.).

En définissant

$$(23) \quad \rho = (2\pi/\lambda f) x = (k/f) x$$

l'équation (21) donne

$$(24) \quad a(\rho) = \exp [i(\omega t - \Phi)] \int_{-A/2}^{A/2} g(u) \exp [-i\rho u] du$$

ou encore

$$(25) \quad a(\rho) = \exp [i(\omega t - \Phi)] A \int_{-A/2}^{A/2} \exp [ik\Delta(u)] \exp [-i\rho u] du$$

si l'on admet $A(u) \equiv A = \text{Cte.}$

Les équations (24) et (25) montrent que la relation entre l'amplitude complexe de la vibration lumineuse dans la pupille et l'amplitude complexe de la vibration lumineuse qui en résulte en chaque point de l'image à la forme d'une transformation de Fourier, dans l'approximation des ondes scalaires utilisée ([2] p. 58, [20, 23]). Il s'agit de la transformation de Fourier de l'aberration de phase $k\Delta(u)$ dans la pupille; cette aberration, nous l'avons indiqué, est facilement mesurée dans les interférogrammes expérimentaux.

On peut écrire formellement, au facteur $\exp [\mathbf{i}(\omega t - \Phi)]$ près et en admettant

$$(26) \quad \mathbf{A}(u) \equiv \mathbf{A} = 1 ,$$

$$(27) \quad \mathbf{a}(\rho) = \mathbf{T}[g(u)] = \mathbf{T} \left\{ \exp [\mathbf{i}k\Delta(u)] \right\} .$$

Il est très important de noter, pour la suite, que l'aberration $k\Delta(u)$ peut être mesurée soit à partir d'une surface d'onde plane, soit à partir d'une surface d'onde qui est elle-même aberrante suivant une loi parabolique en u^2 dans la pupille. Nous avons, en effet, noté (§ II.1) que l'aberration de forme parabolique ne conduit qu'à un déplacement du meilleur foyer, mais que la figure de diffraction en ce meilleur foyer (de la surface d'onde parabolique) est parfaite (et identique à celle obtenue au meilleur foyer d'une surface d'onde plane). On trouve facilement que le déplacement Δf du foyer, dû à une aberration parabolique, est indépendant de la longueur d'onde et égal à

$$(28) \quad \Delta f = -8 \Delta_{\mathbf{M}} (f/A)^2 ,$$

expression dans laquelle $\Delta_{\mathbf{M}}$ est l'aberration au bord de la pupille de largeur A .

Il suit une normalisation de l'équation (24) pour le calcul sur un ordinateur. En notant que le terme exponentiel devant l'intégrale s'applique d'une façon identique à tous les points-images et en écrivant

$$(29) \quad \eta = u/(A/2)$$

(ce qui donne une pupille de largeur normalisée égale à 2) et

$$(30) \quad \beta = \pi \frac{x}{(\lambda/A) f} = \pi \frac{x}{x_0} ,$$

où l'on définit

$$(31) \quad x_0 = (\lambda/A) f = \text{unité de diffraction} ,$$

on obtient facilement

$$(32) \quad \mathcal{A}(\beta)_{\text{non normalisé}} = \frac{A}{2} \int_{-1}^{+1} g(\eta) \exp (\mathbf{i}\beta\eta) d\eta .$$

(L'unité de diffraction correspond à la distance du premier minimum dans une tache de diffraction parfaite.) En normalisant l'amplitude, on obtient

$$(33) \quad \mathcal{A}(\beta)_{\mathbf{N}} = \frac{(A/2) \int_{-1}^1 g(\eta) \exp (\mathbf{i}\beta\eta) d\eta}{(A/2) \int_{-1}^1 d\eta} ,$$

avec $\int_{-1}^1 d\eta = 2$, bien entendu. On obtient facilement l'expression pour l'amplitude complexe $\mathcal{A}(\beta)$ dans l'image en fonction de la coordonnée β dans la forme normalisée recherchée

$$(34) \quad \boxed{\mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^1 g(\eta) \exp (\mathbf{i}\beta\eta) d\eta} ,$$

avec la phase

$$(35) \quad \Phi(\beta) = \arctan \left[\operatorname{Im} \mathcal{A}(\beta) / \operatorname{Re} \mathcal{A}(\beta) \right].$$

La fonction $g(\eta)$ est une fonction de phase seulement pour un réseau à directivité (blaze) et polarisation uniformes à travers la pupille. Dans ce cas $|A(\eta)| = 1$.

L'intensité dans la figure de diffraction est donnée dans cette normalisation par

$$(36) \quad I(\beta) = \frac{1}{4} \mathcal{A}(\beta) \mathcal{A}(\beta)^*.$$

Le fait important à noter, nous le rappelons, est que la fonction d'aberration $k\Delta(\eta)$ est obtenue en forme graphique directement utilisable dans les interférogrammes des surfaces d'onde diffractées.

L'équation normalisée (34) qui résulte de l'équation (24) a, bien entendu, toujours la forme d'une transformation de Fourier. Cette forme résulte de l'expression scalaire des problèmes de diffraction en optique où de telles équations ont été employées en particulier par Airy, Lord Rayleigh, Rowland et Michelson. Ce dernier avait déjà noté les avantages que l'on pouvait tirer de l'expression symbolique du problème de diffraction ([2] p. 58). Plus récemment, l'intérêt dans ces avantages a été considérablement ranimé grâce aux travaux de P. M. Duffieux, A. Maréchal, H. H. Hopkins, G. Lansraux, E. H. Linfoot, E. L. O' Neill et d'autres [20, 23]. D'une façon analogue à l'équation (27), nous pouvons écrire, avec $|A(\eta)| = 1$,

$$(37) \quad \mathcal{A}(\beta) = T[g(\eta)] = T \left\{ \exp[ik\Delta(\eta)] \right\}$$

2. Calcul des figures de diffraction aberrantes à partir de mesures interférométriques des aberrations des surfaces d'onde. Précision des calculs effectués sur un ordinateur IBM 704. Un programme pour le calcul des équations (34), (35) et (36) a été spécialement préparé par l'auteur pour utilisation sur l'ordinateur IBM 704 du M.I.T. (3). Ce programme permet d'obtenir les résultats suivants :

$$(38) \quad \operatorname{Re} [\mathcal{A}(\beta)] = \operatorname{Re} \left[\int_{-1}^{+1} g(\eta) \exp(i\beta\eta) d\eta \right],$$

$$(39) \quad \operatorname{Im} [\mathcal{A}(\beta)] = \operatorname{Im} \left[\int_{-1}^{+1} g(\eta) \exp(i\beta\eta) d\eta \right],$$

$$(35) \quad \Phi(\beta) = \arctan \left[\operatorname{Im} \mathcal{A}(\beta) / \operatorname{Re} \mathcal{A}(\beta) \right],$$

$$(36) \quad I(\beta) = \frac{1}{4} \mathcal{A}(\beta) \mathcal{A}(\beta)^*,$$

pour un total de 970 points s'étalant entre $\beta = -218$ et $\beta = +218$. Ces points sont répartis avec une densité d'intervalles $\Delta\beta$ judicieusement choisie de façon

(3) Nous tenons à remercier ici l'assistance de programmation fournie par le « Joint Computing Group » du M. I. T. et, en particulier, par M^{me} Muriel Kannel.

à permettre à la précision de diminuer au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre des raies, ce qui est parfaitement justifié pour des raisons physiques. Le tableau I donne les intervalles et les précisions obtenues.

TABLEAU I

$0 \leq \beta \leq 3$	$\Delta\beta = 0,15$	20 points	$ \mathcal{A}(\beta) = \times, \times \times \times$
$3 < \beta \leq 13$	$\Delta\beta = 0,25$	40 points	$ \mathcal{A}(\beta) = \times, \times \times \times$
$13 < \beta \leq 73$	$\Delta\beta = 0,5$	120 points	$ \mathcal{A}(\beta) = \times, \times \times$
$73 < \beta \leq 218$	$\Delta\beta = 0,5$	290 points	$ \mathcal{A}(\beta) = \times, \times$

En fait, la fonction $\mathcal{A}(\beta)$ a été réduite pour les besoins du calcul à la forme

$$(40) \quad \mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^{+1} \cos[k\Delta(\eta) + \beta\eta] d\eta + i \int_{-1}^{+1} \sin[k\Delta(\eta) + \beta\eta] d\eta.$$

L'argument de la fonction $g(\eta)$, égal à $\exp[ik\Delta(\eta)]$, est présenté pour la perforation des cartes en 1 001 valeurs de $k\Delta(\eta)/2\pi$ pour des points η s'étalant entre -1 et $+1$. Les valeurs de $k\Delta(\eta)$ sont simplement relevées sur les interférogrammes expérimentaux et perforées avec une précision de trois décimales.

On calcule facilement que ce nombre de points discrets est largement suffisant pour la représentation des surfaces d'onde produites par des réseaux modernes de bonne qualité.

En effet, cherchons si des modifications sensibles des distributions $\mathcal{A}(\beta)$ résultent du fait que l'on ne calcule les figures de diffraction qu'à partir d'un nombre n de points discrets relevés sur les interférogrammes.

Soit

$$\mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^{+1} g(\eta) \exp(i\beta\eta) d\eta$$

l'amplitude complexe dans la figure de diffraction que l'on cherche à calculer.

Remplaçons l'intégrale par la somme

$$\mathcal{A}(\beta) = \sum_{i=0}^{i=n} \int_{[i-(1/2)]\Delta\eta}^{[i+(1/2)]\Delta\eta} g(i\Delta\eta) \exp(i\beta\eta) d\eta,$$

où la fonction $g(i\Delta\eta)$ est constante dans chaque intervalle $i\Delta\eta$, qui s'étend de $[i-(1/2)]\Delta\eta$ à $[i+(1/2)]\Delta\eta$ pour chaque point $i\Delta\eta$. On a donc

$$\mathcal{A}(\beta) = \sum_{i=0}^{i=n} g(i\Delta\eta) \int_{[i-(1/2)]\Delta\eta}^{[i+(1/2)]\Delta\eta} \exp(i\beta\eta) d\eta,$$

qui donne

$$\mathcal{A}(\beta) = \sum_{i=0}^n \frac{1}{i\beta} [e^{i\beta\Delta\eta/2} - e^{-i\beta\Delta\eta/2}] [e^{i\beta i\Delta\eta}] g(i\Delta\eta);$$

d'où

$$\psi(\beta) = \frac{\sin(\beta \Delta\eta/2)}{\beta \Delta\eta/2} \sum_{i=0}^n g(i \Delta\eta) \exp[i\beta(i \Delta\eta)] \Delta\eta.$$

L'intégrale de l'équation donnant $\psi(\beta)$ ci-dessus a donc simplement été remplacée par la somme dans l'équation que nous venons d'écrire, mais la somme est modulée par un facteur de la forme $(\sin x)/x$. Cherchons dans quelles conditions ce facteur reste voisin de l'unité. Le premier zéro de ce facteur est obtenu pour $\beta \Delta\eta/2 = \pi$ ou $\Delta\eta = 2\pi/\beta = 2x_0/x_s$, x_0 étant la position de ce premier zéro dans le plan image. Or, $\eta = u/(A/2)$, ce qui donne $\Delta\eta = 2 \Delta u/A = 2x_0/x_s$ et finalement, dans la surface d'onde,

$$x_s/x_0 = A/\Delta u = n,$$

n étant le nombre d'intervalles Δu en lesquels la surface d'onde de largeur A a été divisée. Ainsi si $n = 1\,000$, on obtient $x_s = 1\,000 x_0$, c'est-à-dire que le premier zéro de la fonction $(\sin x)/x$ se trouve à 1 000 unités de diffraction du centre des raies. On est conduit à conclure que le choix de 1 000 points dans les interférogrammes permet d'obtenir une excellente précision dans les régions même lointaines du centre des figures de diffraction. En fait, d'après ces considérations, ce choix serait surabondant; mais au Chapitre I nous avons noté que le choix du nombre de points était aussi déterminé par la considération de l'erreur commise en négligeant une portion de la surface d'onde. C'est finalement cette considération qui régit le choix du nombre de points. En prenant soin d'interpoler la phase correctement dans chaque intervalle, on est encore conduit à conclure que le nombre de 1 000 intervalles représente la surface d'onde avec une excellente approximation. En fait, le programme est établi de façon à effectuer tous les calculs pour les amplitudes $\psi(\beta)$ en partant de 1 000 aussi bien que de 500 points; la comparaison des résultats correspondants ne montre que des différences d'amplitude de quelques unités dans la troisième décimale, au maximum, dans le cas de l'un des réseaux étudiés. Dans le cas général, l'accord entre les amplitudes calculées à partir de 500 et à partir de 1 000 points est meilleur que 2 unités dans la troisième décimale, ce qui est très satisfaisant, bien entendu.

Par ailleurs, nous avons choisi de limiter les valeurs de $k\Delta(\eta)$ dans ce premier programme au domaine des aberrations s'étalant de -2π à $+2\pi$; ce domaine suffit confortablement dans le cas des réseaux pour lesquels ce calcul a de l'intérêt (l'ensemble des bons réseaux modernes).

Le choix judicieux des limites des aberrations, des précisions pondérées des résultats, du nombre de points dans la surface d'onde et dans les images a permis de préparer un programme considérablement plus rapide que celui qui serait nécessaire pour un calcul de transformations de Fourier dans un cas tout à fait général. En effet, le calcul suivant l'équation (40) est effectué en employant une règle de Simpson; il a été possible [avec les limites bien définies de β , de $k\Delta(\eta)$, de $\Delta\beta$ et des précisions désirées pour $\psi(\beta)$] de mettre en réserve dans une mémoire permanente une table complète des sinus et des cosinus, calculée une fois pour toutes pour l'ensemble des valeurs possibles. Cette table, à quatre chiffres significatifs, est ainsi utilisable pour n'importe quel réseau dans le domaine défini.

PLANCHE III

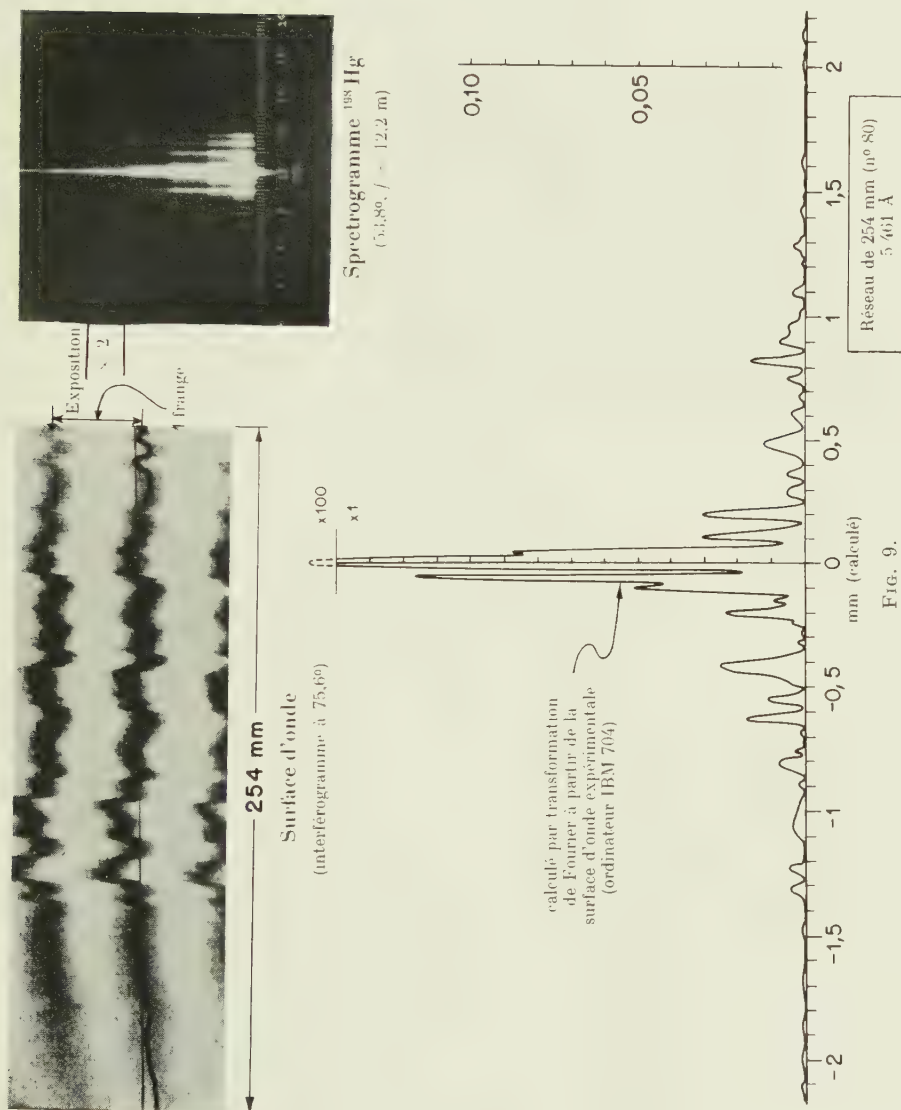
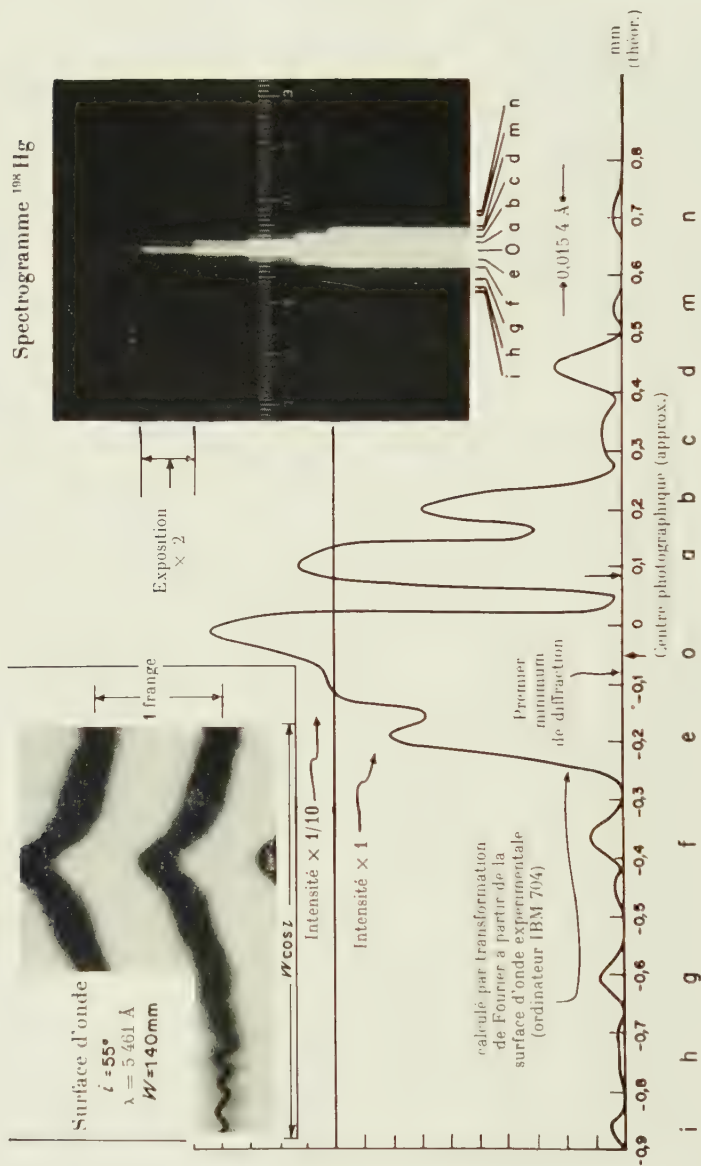


Fig. 9.

PLANCHE IV



Longueur focale du spectrographe $\sim 12.3 \text{ m}$

Constante du réseau $a = 6,09756 \lambda$ ($5460,7532 \text{ \AA}$)

Fig. 10.

PLANCHE V

FIG. 11a.

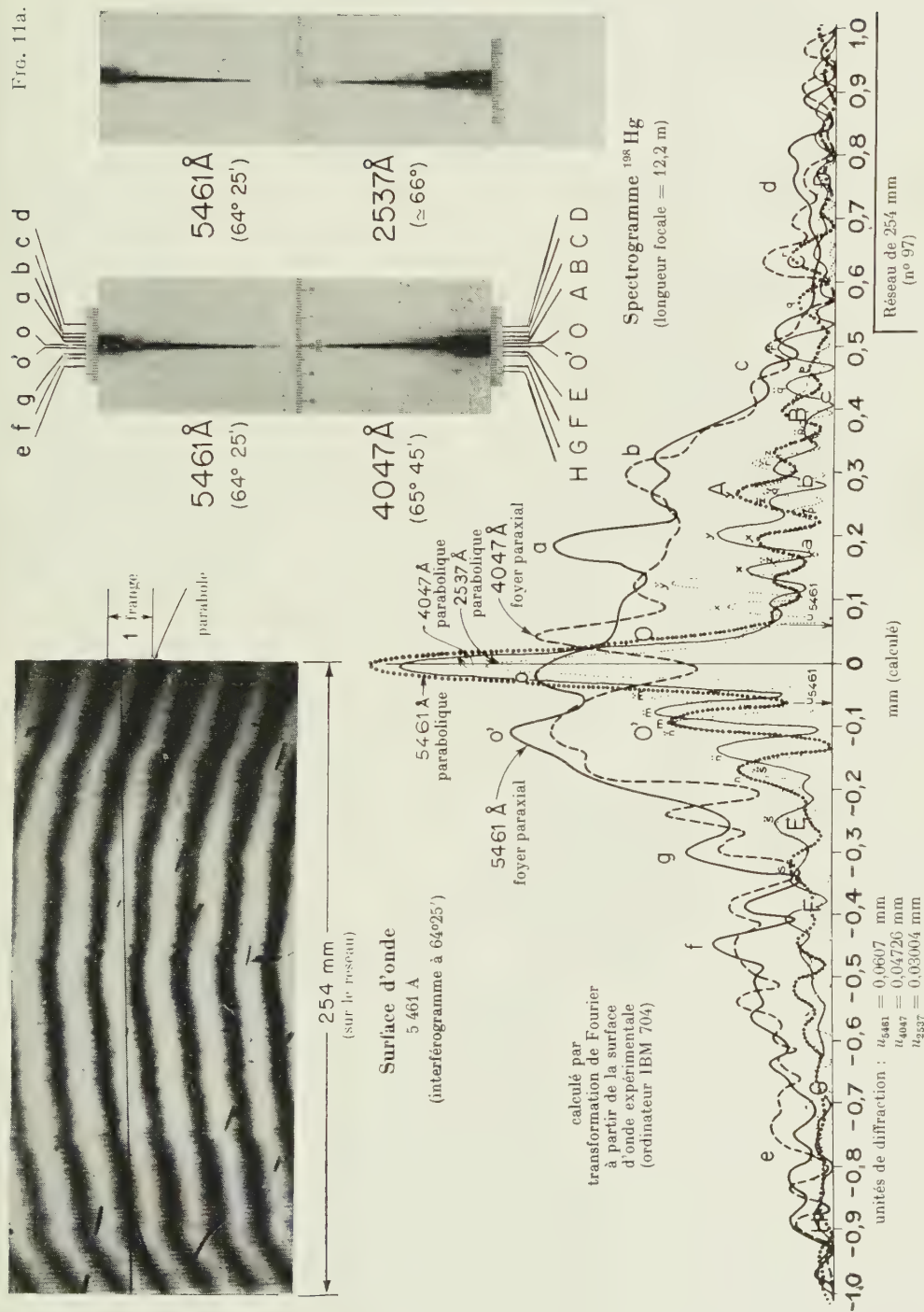


PLANCHE VI

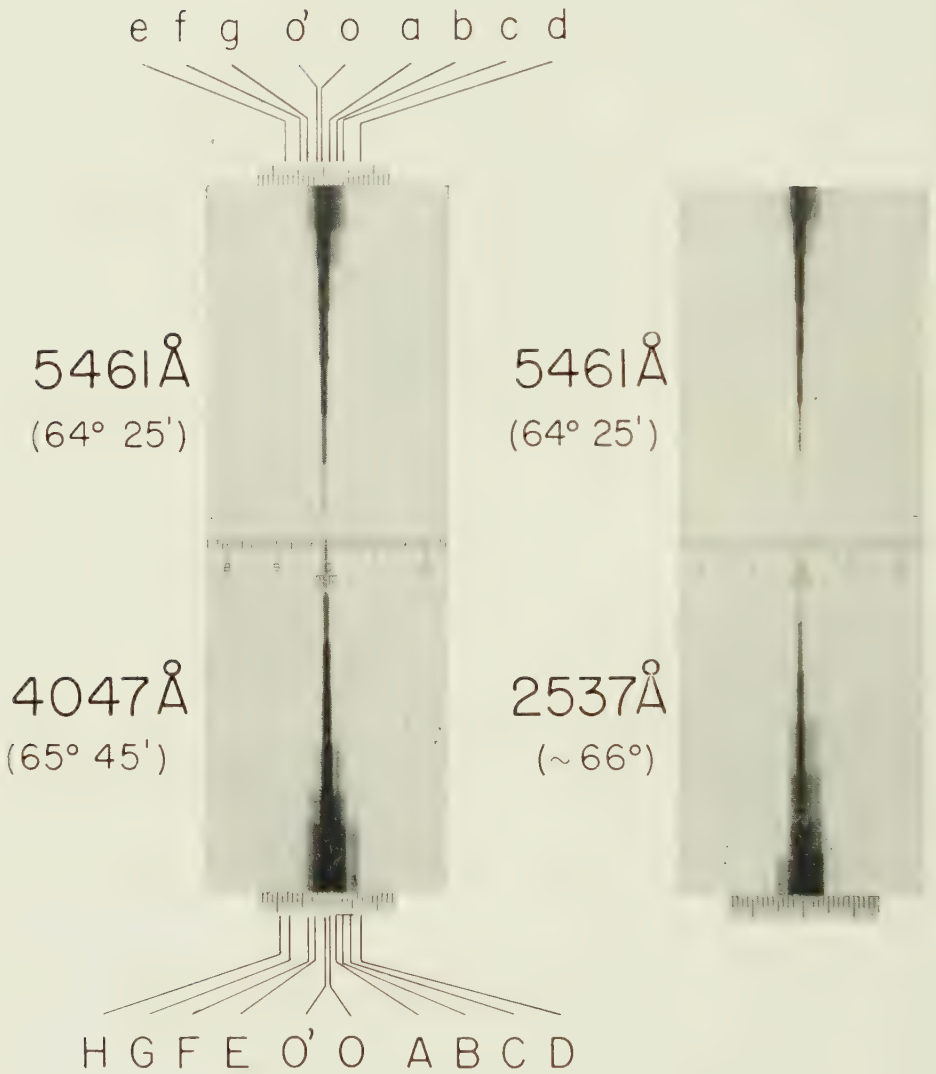


Fig. 11b.

Elle est employée par la simple recherche, au moment même du calcul, des valeurs du sinus et du cosinus correspondant aux $k\Delta(\eta)$ et β donnés. Cette méthode d'opérer est manifestement beaucoup plus rapide qu'une méthode qui demanderait un calcul de ces valeurs trigonométriques par un développement en série au moment où l'on en a besoin.

Enfin, nous avons rendu le programme suffisamment flexible pour des augmentations possibles du domaine des aberrations, des précisions et aussi pour des simplifications éventuelles. Les valeurs calculées pour $\mathcal{L}(\beta)$, $I(\beta)$ et $\Phi(\beta)$ sont mises en réserve sur un ruban magnétique et imprimées, ensuite, sur une imprimante IBM 717.

La durée d'un calcul pour le nombre maximum de 970 points-images qui s'étalent entre -70 et $+70$ unités de diffraction n'est que de 35 mn. Mais en fait, il ne s'est pas encore présenté de réseau suffisamment mauvais pour demander un calcul à une si grande distance du centre des raies. Des durées typiques de calcul sont de 2,5 mn jusqu'à ± 4 unités de diffraction (117 points-images), 7,5 mn jusqu'à ± 23 unités (357 points). Ainsi que nous l'avons indiqué, si l'on trouve encore des raies parasites à la fin d'une région calculée, il est parfaitement possible de reprendre le calcul à l'endroit interrompu.

Notons enfin que le programme de calcul a été vérifié au moyen de fonctions $g(\eta)$ pour lesquelles des résultats analytiques sont connus. Ceci est le cas, en particulier, pour $g(\eta) = 1$, c'est-à-dire $k\Delta(\eta) = 0$, pour laquelle $\mathcal{L}(\beta) = 2(\sin \beta)/\beta$ et $\Phi(\beta) = 0$ (cas n° 1).

Un certain nombre d'autres images correspondant à des surfaces d'onde hypothétiques ont été calculées pour des cas de ce genre où un résultat analytique peut être facilement établi. Ce sont :

cas n° 2 :

$$\begin{cases} g(\eta) = \exp [ik\Delta(\eta)] = \exp (i\Phi) & (\eta = -1/M \text{ à } \eta = +1/M) \\ g(\eta) = 1 & (\eta = -1 \text{ à } \eta = -1/M) \text{ et } (\eta = 1/M \text{ à } \eta = 1) \end{cases}$$

avec $\Phi = \pi/4$ et $M = 4$

et cas n° 3 :

$$\begin{cases} g(\eta) = \exp [ik\Delta(\eta)] = \exp [i\Phi(1 - M|\eta|)] & (\eta = -1/M \text{ à } \eta = +1/M) \\ g(\eta) = 1 & (\eta = -1 \text{ à } \eta = -1/M) \text{ et } (\eta = 1/M \text{ à } \eta = 1) \end{cases}$$

avec les mêmes valeurs de Φ et de M que dans le cas n° 2. Les prévisions analytiques ont été parfaitement vérifiées.

Au total, une douzaine de calculs ont été effectués, dont 9 pour des réseaux réels. Dans tous les cas, des comparaisons aux valeurs calculées analytiquement ou aux images effectivement obtenues avec les réseaux ont été effectuées. Les figures 9, 10 et 11 (planches III à VI) montrent trois cas typiques de calculs de $I(\beta)$ et les images spectrales correspondantes obtenues avec une source à raies simples ^{198}Hg ; les comparaisons des images et des calculs montrent un excellent accord dans tous les cas. Ces résultats seront discutés plus en détail dans le paragraphe suivant, ainsi qu'aux chapitres IV et V. Seules les intensités sont portées dans ces figures (la racine carrée de l'intensité dans la fig. 11), à cause de l'intérêt que la distribution des intensités dans les figures de diffraction

présente dans la formation des images spectroscopiques. Mais dans tous les cas, les parties réelle et imaginaire de l'amplitude, ainsi que la phase ont été également obtenues ; l'intérêt de ces quantités peut apparaître dans certaines études du voisinage d'un foyer qui sortent du cadre de ce travail.

3. Vérifications expérimentales à l'aide de bons réseaux tracés sous contrôle interférométrique [10]. — Les figures 9, 10 et 11 montrent trois des réseaux typiques pour lesquels des calculs et des vérifications ont été effectués dans les conditions suivantes.

L'interférogramme est pris dans l'interféromètre dont le schéma est donné dans la figure 3a et la photographie du montage réel dans la figure 3b. Avec la source à ^{198}Hg utilisée dans une décharge sans électrodes et excitée par un oscilateur à 100 MHz, les durées d'exposition sur film TriX sont de l'ordre de 0,5 à 3 mn suivant le réseau et le contraste des franges. Etant donné que l'examen d'un réseau de 254 mm de large à 75° en autocollimation conduit à une différence de marche totale dans la surface d'onde diffractée de près de 250 mm (± 125 mm à partir de la différence de marche nulle), il est utile de refroidir la source légèrement avec un petit ventilateur afin d'obtenir des raies suffisamment fines. (On constate aussi l'intérêt d'utiliser un interféromètre de Michelson-Twyman-Green plutôt qu'un interféromètre du type de Fizeau ; ce dernier peut être utilisé pour l'examen des réseaux à de très petits angles, où la sensibilité, toutefois, n'est pas suffisante pour l'examen des réseaux qui travaillent à des angles élevés.) Le film est développé, fixé et agrandi de façon à présenter une largeur de 250 mm dans tous les cas. Au moyen d'un papier carbone, on reporte la surface d'onde, telle qu'elle apparaît dans l'interférogramme, sur un papier millimétré. On porte aussi deux fois la distance entre deux franges que l'on dénote par $\pm 2\pi$ et -2π . On relève ensuite directement sur ce graphique 1 001 points de phase avec l'aberration $k\Delta(\gamma)/2\pi$ normalisée à ± 1 par interfrange (distance entre deux franges, correspondant à $\pm 2\pi$). En pratique, on commence par relever 250 points et, à l'aide d'une loupe, on interpole de la manière convenable les 751 autres points (on a un point « zéro » et 1 000 points). Cette table de 1 001 points est ainsi prête pour la perforation des cartes ; celles-ci sont placées dans le groupe des cartes qui constitue le programme et l'ensemble est directement placé dans l'ordinateur. Dans le cas le plus rapide, il s'est écoulé moins d'une journée entre la prise de l'interférogramme et l'obtention des résultats imprimés de l'ordinateur IBM 704. (Le relevé des points sur l'interférogramme prend de 2 à 3 h et les perforation et vérification des cartes un temps du même ordre.) Les points-images (intensités) sont portés ensuite en forme graphique, dans le cas où l'on désire les comparer avec des images expérimentales.

Ces comparaisons sont effectuées à l'aide de raies spectrales simples obtenues à partir d'une source à ^{198}Hg (excitée dans un montage semblable à celui décrit plus haut). Ces raies n'ont aucune structure hyperfine ; avec un réseau parfait, elles ne donnent qu'une seule raie, quelle que soit la durée de l'exposition. Ainsi, toutes les raies qui apparaissent à côté de la raie centrale sont des raies parasites. Dans tous les cas, nous avons utilisé un spectrographe de 12 m de longueur focale avec deux miroirs (collimateur, miroir de chambre) et du film Panatomic X.

Devant la plaque (à quelques centimètres), un petit secteur tournant permettait d'obtenir des expositions échelonnées comme les multiples de 2 ; cette manière de procéder permet d'évaluer les intensités relatives des raies parasites, en les comparant à la raie centrale, et cela sans souffrir des effets de la non-linéarité de la caractéristique du film (des petites erreurs de réciprocité subsistent, bien entendu, dans cette manière de procéder qui est courante en spectroscopie). Etant donné que le film est normalement utilisé en spectrographie dans de telles conditions, ces comparaisons nous ont aussi permis de mettre en évidence de légers déplacements de centres de gravité dus à des effets de voisinage (Eberhardt, etc.) dans les films ; en effet, lorsque deux raies parasites d'intensités différentes sont très voisines, la comparaison au calcul permet de déceler de tels effets sur le film, dans des cas où les raies parasites isolées existent également ; on observe en effet, que celles-là ne sont pas affectées de tels déplacements « de voisinage » (par rapport aux valeurs calculées prises comme référence dans les deux cas, bien entendu). Dans l'ensemble, la grande longueur focale utilisée nous a facilement permis de vérifier les distributions des intensités prévues par le calcul déjà à partir du premier minimum de diffraction. L'avantage du calcul, s'il faut le rappeler ici, est de donner les distributions d'intensités non entachées d'effets photographiques de voisinage et autres, et surtout de donner des valeurs pour les intensités dans les parties centrales des raies où se trouve la grande partie de l'énergie. Les mesures dans les parties centrales ne peuvent pas être effectuées avec la précision requise ni photographiquement, ni photoélectriquement. Ainsi, le premier minimum de la figure de diffraction se trouve à 0,06 mm du centre dans le vert (5 461 Å), à 0,047 mm dans le bleu (4 047 Å) et à 0,03 mm dans l'ultraviolet (2 537 Å) dans le spectrographe de 12 m utilisé, dans le cas d'un réseau de 254 mm de large utilisé à 64° en autocollimation. Ces valeurs s'échelonnent de $\pm 1''$ environ à $\pm 0,5''$ environ ; à l'intérieur, le calcul donne 45 valeurs pour des points-images ; des mesures angulaires ou spatiales à l'intérieur d'un domaine aussi étroit sont manifestement difficiles. Par contre, à partir du premier minimum, dans la région des raies parasites, les comparaisons peuvent être effectuées sans difficulté.

Nous procédons à l'examen détaillé des trois figures 9, 10 et 11 qui ont été obtenues dans les conditions que nous venons de décrire.

La figure 9 représente, pour un réseau de 254 mm de large, la surface d'onde à 75,6°, un spectrogramme de la raie verte simple (sans structure hyperfine) de ^{198}Hg obtenue avec le réseau utilisé en autocollimation à 53,8° dans le spectrographe de 12,2 m de longueur focale et le graphique de l'intensité $I(\beta)$ calculée par la méthode que nous avons donnée dans le paragraphe III.2. Il s'agit d'un réseau ayant une surface d'onde moyenne plane, mais présentant de nombreuses petites aberrations relativement peu étalées le long de la surface d'onde. Les valeurs locales de ces aberrations (dans le 10^e ordre à 53,8°) s'évaluent entre $+0,44 \times 2\pi$ et $-0,88 \times 2\pi$ pour le vert. (L'interférogramme a été pris dans le 12^e ordre à 75,6° à cause de la pratique de prendre des interférogrammes avec la plus grande sensibilité, dans le cas général.) La courbe tracée sur l'interférogramme indique la surface d'onde qui a été utilisée pour le calcul par rapport à une référence plane qui est inclinée d'une façon légèrement différente de la

droite tracée ; elle passe par zéro à droite et donne une aberration de 0,145 frange sur la gauche. Un examen détaillé du spectrogramme (sur lequel nous avons monté une échelle divisée en dixièmes de millimètre) montre un excellent accord avec les valeurs calculées, aussi bien pour la position que pour les intensités des raies parasites qui, dans ce cas, s'étalent relativement très loin du centre ; les valeurs sont portées ici de $-2,2$ mm à $+2,2$ mm, correspondant à -50 et $+50$ unités de diffraction. Plusieurs détails intéressants résultent de ce calcul. On constate d'abord le fait que la surface d'onde moyenne relativement plane conduit à une partie centrale relativement intense, ainsi qu'à des raies parasites éloignées peu intenses. Le satellite (raie parasite) à 0,05 mm environ à gauche du centre (au-dessus duquel se trouve la flèche) résulte de la dernière section de 25 mm du réseau sur la partie gauche de l'interférogramme ; en effet, l'aberration du type « linéaire » rapportée à la droite passant par zéro à droite et donnant 0,145 frange à gauche (qui a servi au calcul) conduit précisément à un tel satellite suivant la théorie que nous donnons au paragraphe IV.1. Le grand nombre de satellites éloignés résulte, par contre, du fait que les aberrations locales sont relativement peu étendues le long de la surface d'onde ; toutefois, leur origine dans une aberration isolée ne peut pas être décelée comme pour le cas du satellite discuté plus haut. Plutôt, ce que l'on voit est en fait l'ensemble de la figure de diffraction aberrante due à la surface d'onde donnée. Dans l'ensemble, il s'agit d'un réseau de « haute résolution » d'une qualité relativement bonne dans le visible ; ceci est confirmé par la surexposition relativement grande (64 fois) nécessaire pour faire apparaître les satellites les plus éloignés. Ce réseau donne des « pouvoirs de résolution » parfaits dans le visible, jusqu'à des raies ayant des rapports d'intensités de l'ordre de 5:1. Il a été utilisé pour certains travaux spectroscopiques dans lesquels ses défauts étaient tolérables, par exemple la détection de la présence de divers éléments radioactifs, des études de la durée de vie de tels éléments, etc. Par contre, ce réseau n'est pas adapté à des travaux d'étude quantitative de déplacements de raies isotopiques et isométriques [14], ni de formes de raie (à cause en particulier des quelques satellites relativement intenses de part et d'autre du centre) ; des erreurs systématiques dans la localisation de centres de gravité résulteraient certainement du manque de symétrie de l'ensemble de la figure de diffraction. Notons, pour terminer, que plusieurs réseaux en utilisation spectroscopique courante présentent (à leurs angles d'utilisation généralement considérablement plus petits) des surfaces d'onde d'une qualité semblable.

La figure 10 montre un réseau d'une qualité intolérablement mauvaise pour la plupart des travaux, mais dont la surface d'onde et la figure de diffraction présentent un intérêt à cause, précisément, de l'effet de telles aberrations sur les images. Par comparaison à la figure 9, la surface d'onde ne présente ici que peu d'aberrations « locales » et, par conséquent, on ne trouve que peu de satellites « éloignés » du centre. Par contre, la forme courbe et brisée de la surface d'onde conduit à la répartition $I(\beta)$ particulière portée en graphique (le centre est porté avec une réduction au dixième) qui se trouve encore parfaitement vérifiée par le spectrogramme. Le déplacement très considérable du centre de gravité et le manque de symétrie de la figure de diffraction ne peuvent pas être

décélés sur le spectrogramme (sur lequel l'échelle divisée en dixièmes de millimètre doit, d'ailleurs, être déplacée de 0,05 mm environ vers la droite) et montre des erreurs systématiques très considérables qui se produiraient dans la mesure de longueurs d'onde avec un tel réseau. Il n'est pas improbable que des réseaux de ce genre aient été utilisés pour de tels travaux dans le passé (à une époque où des mesures interférométriques des surfaces d'onde diffractées n'étaient pas employées).

La figure 11 montre l'étude du meilleur réseau de 254 mm réalisé jusqu'ici à notre connaissance [17, 35]. Ici, les spectrogrammes, les calculs et l'interférogramme se rapportent à l'angle de 64° environ (les valeurs exactes étant indiquées sur la figure). Il se trouve, dans ce cas, que la surface d'onde moyenne est pratiquement parabolique (conséquence d'un certain défaut d'aluminium que nous retrouverons encore pour un autre réseau étudié au chap. IV). Les spectrogrammes sont, bien entendu, toujours pris au meilleur foyer (nous utilisons une mise au point visuelle avec un réticule et une loupe de 45 mm de longueur focale environ, avec la raie verte du mercure naturel et la fente d'entrée assez ouverte ; des expériences photographiques de part et d'autre de la mise au point ainsi établie ont toujours confirmé la mise au point visuelle). Le meilleur foyer correspond bien à la surface d'onde parabolique, ainsi que le montrent les courbes calculées pour trois longueurs d'onde ; ces courbes sont en excellent accord avec les spectrogrammes correspondants. Ceux-ci sont montrés agrandis sur la figure 11b. Il est important de noter que les aberrations dans ce réseau et les raies parasites correspondantes sont si faibles que c'est la *racine carrée de l'intensité* $[I(\beta)]^{1/2}$ qui a dû être portée dans les courbes calculées, pour la clarté de la figure ; l'intensité des satellites (qui est égale au *carré* de la valeur représentée) est en effet si faible déjà à partir des premières unités de diffraction, pour ce réseau, qu'elle ne permet pas de donner une représentation lisible dans l'ensemble de la figure de diffraction lorsque l'intensité elle-même est portée (comme dans tous les autres cas étudiés). On constate d'abord que les figures de diffraction ressemblent bien, dans les parties centrales, à celles que donnerait une surface d'onde parfaite ; en particulier, les minima du côté négatif sont correctement placés. Par ailleurs, les aberrations de la surface d'onde qui, dans le visible, ne sont que de $1/10$ de longueur d'onde (en fait $0,105 \lambda$), ne sont tout de même pas négligeables. Les satellites qui résultent de ces aberrations (égales, dans l'ultraviolet, à $0,2 \lambda$ environ) sont peu intenses, mais leur importance croît lorsque la longueur d'onde diminue. On constate aussi que les côtés positifs des centres des figures sont sensiblement déformés et que les satellites x et y commencent à prendre une importance appréciable, en particulier dans le bleu et l'ultraviolet. De même, les satellites m et n du côté négatif, près des centres des raies, sont nuisibles à cause de leur proximité qui peut conduire à des déplacements des centres de gravité des raies. C'est dans la prévision de tels déplacements et de la forme détaillée de $I(\beta)$ que réside tout l'intérêt de ces calculs.

Nous reviendrons sur l'examen de ces réseaux à l'occasion de l'étude des lois d'évolution des défauts dans les figures de diffraction avec l'angle et la longueur d'onde (chap. V).

On conclut de l'ensemble de ces vérifications que l'accord est excellent dans tous les cas entre les valeurs expérimentales dans les figures de diffraction et les valeurs prévues par le calcul par transformation de Fourier de la répartition des phases dans les surfaces d'onde diffractées. Les comparaisons ont pu être effectuées déjà à partir du premier minimum de diffraction, même pour des réseaux de 254 mm de large utilisés de façon à présenter des ouvertures dépassant 110 mm de large.

Le calcul est nécessaire, nous le rappelons, pour obtenir des valeurs de la distribution des intensités avec une précision convenable pour les travaux spectroscopiques de haute résolution et dans une région centrale pour laquelle aucune autre méthode expérimentale n'avait permis d'obtenir des valeurs jusqu'ici.

IV. Aberrations des surfaces d'onde particulièrement nuisibles et défauts d'images correspondants. Théorie et expériences

Au chapitre III nous avons montré qu'il est possible de calculer complètement et précisément la distribution de la lumière dans les figures de diffraction formées par des réseaux optiques, en partant directement des interférogrammes expérimentaux qui permettent de mesurer directement les aberrations des surfaces d'onde de forme quelconque.

Nous avons également indiqué que des calculs pour des réseaux hypothétiques ont été et peuvent être effectués de la même manière. Précédemment, une demi-douzaine de figures de diffraction pour des réseaux hypothétiques avaient été calculées analytiquement par Rowland [1], Michelson ([2] p. 92), Ingelstam & Djurle [3]. Or, en raison du mode particulier de fabrication des réseaux, il est manifestement très important d'être en mesure de dégager les types d'aberrations dont l'effet est particulièrement nuisible à la qualité spectroscopique des images et qui sont effectivement rencontrés fréquemment dans des réseaux réels. L'expérience a montré que la connaissance de telles aberrations peut conduire à des améliorations considérables de la qualité des réseaux [10].

Ainsi, du temps de Rowland, où les réseaux étaient utilisés loin de leur « pouvoir de résolution théorique » et où l'on essayait, pour commencer, de rendre les figures de diffraction suffisamment bonnes surtout assez loin des centres, on attachait une importance particulière aux effets de très petites erreurs de tracé locales qui étaient à l'origine de la lumière diffusée lointaine, ainsi qu'aux erreurs de tracé périodiques qui sont à l'origine des fameuses raies parasites (« ghosts ») de Rowland. Pour ces défauts, devenus d'une importance pratiquement négligeables devant d'autres défauts dans des réseaux contemporains et, en particulier, pour les erreurs de phase périodiques, Rowland [1] a déduit des expressions bien connues dont nous donnons une nouvelle démonstration simple dans le paragraphe IV.2. En effet, un peu paradoxalement, la démonstration des effets des erreurs de phase périodiques apparaît, en partie, comme une conséquence de la théorie des effets d'un défaut particulièrement nuisible rencontré dans un très grand nombre de réseaux modernes. Ce défaut est constitué par des déviations (ou des erreurs) de phase « linéaires » sur une portion du réseau ; nous

donnons la théorie de ces défauts dans le paragraphe suivant. Nous en avons déjà fait mention à l'occasion de l'étude du réseau de la figure 9.

Les déviations de phase « linéaires » dans les surfaces d'onde peuvent avoir des origines diverses et les raies parasites qui en résultent se trouvent, typiquement, quelque 50 à 100 fois plus près des centres des raies que la position du premier ghost dû à des erreurs périodiques produites par des vis de 2 mm de pas.

L'importance pratique de ce cas particulier d'aberration dérive du fait qu'elle peut être causée par un certain nombre de défauts différents dans la fabrication et l'emploi des réseaux, soit par des défauts des miroirs à réseau ou de l'aluminium, soit par des erreurs cumulatives dans le tracé, soit encore par des défauts dans le montage des réseaux et des miroirs (aussi bien dans les spectrographes qu'au cours du traçage lui-même).

1. Erreurs à déviations de phase linéaires. Effets des erreurs des miroirs à réseau (grating blanks). — Des exemples typiques de l'aberration de phase linéaire sont montrés dans les figures 12, 13 et 14 (planches VII à X). Il s'agit d'une erreur de phase $k\Delta(\gamma)$ de la surface d'onde diffractée, linéaire en fonction de la coordonnée γ (suivant la largeur du réseau). L'erreur peut être mesurée soit à partir d'une surface d'onde plane (fig. 12 et 14), soit à partir d'une surface d'onde parabolique (c'est-à-dire sphérique en première approximation, fig. 13).

Les aberrations de phase linéaires conduisent à une raie parasite principale dont la position relative au centre des raies est, à un angle de diffraction donné, indépendante de la longueur d'onde et dont l'intensité relative à la raie-mère est également indépendante de la longueur d'onde (pour des erreurs suffisamment étendues de façon que l'énergie dans la région parasite reste concentrée dans le centre de cette région, formant ainsi une raie parasite).

Ce résultat était inattendu, étant donné qu'il diffère fondamentalement de l'évolution des positions et des intensités des raies parasites dans le cas général (que nous donnons au chap. V), ainsi que des ghosts de Rowland (§ IV.2).

En fait, la position des raies parasites de ce type ne dépend que de la dérivée (constante) de l'erreur, alors que leur intensité dépend de la fraction du réseau occupée par l'erreur (lorsque cette fraction est appréciable). Ainsi, une petite erreur de phase « accumulée » sur une courte longueur du réseau donne lieu à une raie parasite dans la même position que celle qui correspond à une erreur plus grande accumulée sur une longueur proportionnellement plus grande, mais l'intensité de la raie parasite correspondant au dernier cas sera aussi proportionnellement plus grande.

En effet, en notant qu'une aberration de phase linéaire *pourrait* être causée par une variation moyenne de pas $\Delta a/a$ dans la région correspondante du réseau et en utilisant le principe de l'équivalence entre les surfaces d'onde diffractées et les surfaces d'onde continues (§ I.1) pour justifier un tel raisonnement, on obtient immédiatement, en dérivant l'équation (3) du réseau par rapport à a

$$(41) \quad \Delta i' = -2 \frac{\Delta a}{a} \operatorname{tg} i'$$

ou encore

$$(42) \quad \Delta l' = -2 \frac{\Delta a}{a} f \operatorname{tg} i'$$

pour la distance angulaire ou linéaire respectivement du centre de gravité de la raie parasite à partir du centre des raies, lorsque le réseau est utilisé en auto-collimation à l'angle $i' = i$ dans un spectrographe de longueur focale f . Les équations (41) et (42) montrent bien l'indépendance de $\Delta i'$ et de $\Delta l'$ de la longueur d'onde. Etant donné que la fraction de la surface d'onde sur laquelle s'étend la région aberrante est la même pour toutes les longueurs d'onde, l'intensité relative des raies parasites sera également indépendante de la longueur d'onde (aux effets de diffraction autour des satellites près).

L'application de l'équation (42) devient claire par un exemple numérique. Ainsi, dans la figure 13, la surface d'onde présente une aberration de $3\frac{1}{4}$ frange qui correspond à un déplacement $\Delta a = (1/\sin i) (3\frac{1}{4}) \text{ frange} = 1,1 (3\frac{1}{4}) \text{ frange}$ sur le réseau examiné à 64° . Ce déplacement s'accumule linéairement sur 40 mm. Or, l'espacement a dans ce réseau est de 12,2 franges de la même longueur d'onde que celle dans laquelle le réseau est examiné et il y a 300 traits/mm. Donc, 40 mm comportent $40 \times 300 \times 12,2$ franges et l'application de l'équation (20) du chapitre II donne immédiatement

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{1,1 \times (3\frac{1}{4})}{40 \times 300 \times 12,2}.$$

D'où, avec $f = 12,2 \text{ m}$, $\operatorname{tg} i' = 2$ et au facteur 1,1 près,

$$\Delta l' = - \frac{2 \times 2 \times 3 \times 12,2 \times 10^3}{4 \times 4 \times 3 \times 10^3 \times 12,2} = - \frac{1}{4} \text{ mm}.$$

Or, la photographie pour la région non masquée montre bien un satellite à 0,25 mm.

Un calcul semblable pour le réseau de la figure 12 donne

$$\frac{\Delta a}{a} \simeq \frac{1,1 \times (1/2)}{41 \times 300 \times 12,2} \quad \text{et} \quad \Delta l' = - \frac{1}{6} \text{ mm},$$

ce qui prévoit encore parfaitement le satellite expérimental à 0,15 mm.

Enfin, la figure 14, sur laquelle nous allons revenir, vérifie que les positions et les intensités relatives des satellites de ce type (le satellite indiqué par c) sont, en effet, indépendantes de la longueur d'onde à un angle de diffraction donné, ainsi qu'il résulte de l'équation (42).

Dans les trois figures examinées, il s'agit d'excellents réseaux, sauf pour les erreurs en question. En fait, le réseau de la figure 13, malgré sa courbure parabolique, aurait été le réseau le plus parfait de plus de 250 mm de large tracé sous contrôle interférométrique sur la machine à réseaux du M.L.T. [10, 17, 35], ainsi que le montre une comparaison à la figure 11. Or, c'est à cause d'un défaut d'aluminiure, avant le traçage du réseau, que la surface d'onde est devenue non seulement parabolique (ce qui aurait été tolérable), mais qu'il s'y est trouvé aussi le défaut du type « linéaire » sur 40 mm, réduisant ainsi la largeur utilisable du réseau à 220 mm environ. Ce réseau illustre aussi l'importance d'un

examen des miroirs aluminés avant le traçage ; des défauts de ce genre apparaissent clairement sur les interférogrammes des miroirs.

En fait, ainsi que nous l'avons montré au paragraphe II.3, l'effet des défauts du miroir lui-même *diminue* avec une augmentation de l'angle d'utilisation du réseau (ce qui constitue un des rares cas, sinon le seul, où des difficultés rencontrées dans la fabrication des réseaux semblent avoir un effet dont l'importance diminue quand augmente l'angle de diffraction).

Nous rappelons que si l'on décrit par $\pm \Delta i$ l'inclinaison d'une portion (plane) du miroir à réseau par rapport au reste de la surface (plane) du miroir et si un réseau d'espacement a parfaitement régulier est tracé sur ce miroir, l'examen du réseau sous l'angle i en autocollimation fait apparaître un espacement de $a \sin i$ dans la région parfaite, et de $a \sin i \pm a \Delta i \cos i$ dans la région « inclinée ». L'effet de la région inclinée est, par conséquent, le plus grand aux plus petits angles. Si l'on appelle $\Delta a = a \Delta i \cos i$ la variation de pas apparente, nous avons démontré au chapitre II la relation

$$(18) \quad \frac{\Delta a}{a} = \frac{a \Delta i \cos i}{a \sin i} = \frac{\Delta i}{\operatorname{tg} i}.$$

En introduisant l'équation (18) dans l'équation (41), on obtient immédiatement

$$(43) \quad \Delta i' = -2 \Delta i,$$

ce qui correspond bien à l'effet que l'on attendrait d'une inclinaison d'un réseau d'un angle Δi par rapport à la surface d'onde incidente à un angle quelconque en autocollimation.

Les tolérances pour les « effets de bord » des miroirs à réseau sont ainsi relativement faciles à réaliser, mais elles doivent être maintenues. (Les effets des défauts des miroirs du spectrographe interviennent, bien entendu, de la même manière, mais avec leur erreur entière.)

Le réseau de la figure 12 montre une erreur du même type et due à la même cause. Ce réseau est également d'une excellente qualité, sauf pour la région en question ; il a été tracé à la même époque que le réseau de la figure 13.

Notons que les équations (41) et (42) donneraient une description complète du phénomène si l'erreur s'étendait sur tout le réseau. Or, ce n'est pas le cas. En fait, on prévoit facilement, d'une part, que le satellite en question, dont le centre est donné par les équations (41) et (42), sera lui-même entouré d'une certaine *structure* et, d'autre part, que la partie centrale de la figure de diffraction sera aussi modifiée ; ces structure et modifications sont, elles, fonctions non seulement de la largeur de la région occupée par l'erreur linéaire, mais aussi de la longueur d'onde et de l'amplitude du défaut, comme pour toutes les figures de diffraction aberrantes.

Avant de calculer ce cas analytiquement, nous démontrerons un *théorème de déplacement* qui nous sera utile non seulement pour le calcul de l'erreur correspondant à une aberration de phase linéaire, mais aussi pour le calcul des erreurs dues aux aberrations de phase périodiques.

Décrivons la déviation de phase linéaire dans la pupille par

$$(44) \quad \Delta(u) = \pm n_u u,$$

où n_u est un coefficient numérique et u la coordonnée dans la pupille. On a aussi, dans le domaine normalisé des η ,

$$(45) \quad \Delta(\eta) = \pm n_\eta \eta \equiv \pm n \eta.$$

La distribution de phase dans la pupille en présence d'une telle aberration est, d'une façon générale,

$$(46) \quad g(\eta) = \exp \left\{ i k [\Delta(\eta)_0 \pm n \eta] \right\},$$

où $\Delta(\eta)_0$ peut être une autre aberration de la surface d'onde à partir de laquelle $\Delta(\eta)$ est mesurée.

L'équation (46) s'écrit aussi

$$(46a) \quad g(\eta) = \exp [i k \Delta(\eta)_0] \exp (\pm i k n \eta)$$

ou encore

$$(47) \quad g(\eta) = g(\eta)_0 \exp (\pm i k n \eta).$$

Or, on montre facilement que si $\mathcal{A}(\beta)$ est la transformée de Fourier d'une fonction $g(\eta)_0$, alors $\mathcal{A}(\beta \mp k n)$ est la transformée de $g(\eta)_0 \exp (\pm i k n \eta)$. Symboliquement,

$$(48) \quad \begin{array}{ll} \text{si} & \mathcal{A}(\beta) = T [g(\eta)_0], \\ \text{alors} & \mathcal{A}(\beta \mp k n) = T [g(\eta)_0 \exp (\pm i k n \eta)]. \end{array}$$

L'équation (48) peut s'interpréter en disant que si le réseau présente une aberration de phase linéaire sur toute sa largeur, telle que celle donnée par l'équation (45) ci-dessus, alors la figure de diffraction $\mathcal{A}(\beta \mp k n)$ qui lui correspond est la même que celle $\mathcal{A}(\beta)$ qui correspond au réseau dont la surface d'onde est $g(\eta)_0$ (avec toutes ses aberrations), mais dont le centre de gravité est déplacé de

$$(49) \quad \boxed{\Delta\beta = \mp k n}$$

dans le domaine des β .

En notant que

$$(29) \quad \eta = u/(A/2)$$

et que, par conséquent,

$$(50) \quad n \equiv n_\eta = (A/2) n_u,$$

on a

$$(51) \quad \Delta x = \frac{x_0}{\pi} \Delta\beta = \mp n_u f.$$

Or, la théorie des relations entre les défauts des réseaux et les aberrations des surfaces d'onde que nous avons développée au chapitre II permet d'écrire

$$(52) \quad n_u = \frac{2 \Delta a \sin i'}{a \cos i'} = 2 \frac{\Delta a}{a} \operatorname{tg} i'$$

et, finalement,

$$(53) \quad \Delta x = -2 \frac{\Delta a}{a} f \operatorname{tg} i'.$$

Ce résultat est identique, bien entendu, à celui obtenu, plus rapidement, dans l'équation (42), mais il a permis de mettre en évidence le théorème de « déplacement » des figures de diffraction qui nous servira par la suite.

Ainsi, lorsque l'aberration du type linéaire ne couvre qu'une fraction $1/M$ de la largeur au centre de la surface d'onde et en supposant le reste de la surface d'onde sans aberrations, l'intégration est immédiate à l'aide du théorème de déplacement. On a

$$(54) \quad \mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^{+1/M} \exp(i\beta\eta) d\eta + \int_{-1/M}^{+1/M} \exp(\pm i k m \eta) \exp(i\beta\eta) d\eta + \int_{+1/M}^{+1} \exp(i\beta\eta) d\eta,$$

ce qui donne facilement

$$(55) \quad \mathcal{A}(\beta) = 2 \frac{\sin \beta}{\beta} - \frac{2}{M} \frac{\sin(\beta/M)}{\beta/M} + \frac{2}{M} \frac{\sin[(\beta \mp k m)/M]}{(\beta \mp k m)/M}$$

pour l'amplitude dans la figure de diffraction correspondante. On voit, d'après l'équation (55), que l'amplitude dans cette figure de diffraction se décompose de la façon suivante :

- a) la tache de diffraction (amplitude) d'un réseau parfait et correspondant à la largeur totale de la surface d'onde (égale à 2 dans le domaine des η) ;
- b) moins la figure de diffraction (amplitude) correspondant à une région parfaite de largeur $1/M$ fois la largeur de la surface d'onde ;
- c) plus une figure de diffraction (amplitude) correspondant à la largeur égale à $1/M$ fois la largeur de la surface d'onde, mais ayant son centre déplacé de $\Delta\beta = \mp k m$ dans le domaine des β .

Une représentation graphique de l'équation (55), composée de ces trois termes, permet de retrouver facilement une figure de diffraction telle que celle qui correspond à la figure 14 dont la description est donnée dans le paragraphe 3 de ce chapitre. Mais auparavant, il convient d'étudier comment le théorème de déplacement s'applique au calcul des erreurs de phase périodiques.

2. Erreurs de phase périodiques. — Ce type d'erreur, fréquent dans les réseaux anciens, n'est guère important aujourd'hui que dans la période initiale de la mise au point d'une machine à réseaux employant une vis. Cependant, au moment de la correction des erreurs périodiques, on attache une grande importance à la région relativement éloignée du centre des raies dans laquelle se trouvent les ghosts de Rowland. Nous pensons donc qu'il est utile de montrer ici qu'il est possible d'établir d'une manière très simple les relations entre les aberrations de phase périodiques, d'une part, et les positions et les intensités des raies parasites qui en résultent, d'autre part. Nous emploierons pour cette étude le théorème de déplacement démontré dans le paragraphe précédent.

Soit la surface d'onde

$$(56) \quad g(\eta) = \exp \left(i \Phi_M \cos \frac{2\pi}{p} \eta \right),$$

où Φ_M est l'amplitude de l'erreur périodique et $p = p_\eta$ la période de l'erreur dans le domaine des η .

D'après une relation très connue ([44] p. 372, [49] p. 372) on a

$$(57) \quad \exp \left[i \Phi_M \cos \frac{2\pi}{p} \eta \right] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(\Phi_M) \exp \left(i n \frac{2\pi}{p} \eta \right),$$

où $J_n(\Phi_M)$ est la fonction de Bessel d'ordre n , n étant un entier.

L'amplitude dans la figure de diffraction est donc

$$(58) \quad \mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^{+1} \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(\Phi_M) \exp \left(i n \frac{2\pi}{p} \eta \right) \right] \exp(i\beta\eta) d\eta.$$

En interchangeant les signes d'intégration et de sommation, et en notant que $J_n(\Phi_M)$ est une constante pour chaque n donné, on obtient immédiatement

$$(59) \quad \begin{aligned} \mathcal{A}(\beta) = & J_0(\Phi_M) \int_{-1}^{+1} \exp(i\beta\eta) d\eta + \\ & + i J_1(\Phi_M) \int_{-1}^{+1} \exp(i\beta\eta) \exp \left(i \frac{2\pi}{p} \eta \right) d\eta - \\ & - J_2(\Phi_M) \int_{-1}^{+1} \exp(i\beta\eta) \exp \left(i 2 \frac{2\pi}{p} \eta \right) d\eta + \\ & + \text{termes d'ordre } m \text{ plus élevé positifs} + \\ & + \text{termes d'ordre } m \text{ négatifs.} \end{aligned}$$

Le premier terme de l'équation (59), égal à $J_0(\Phi_M) 2 \sin \beta$, est manifestement la raie centrale, alors que les termes suivants constituent des raies parasites (« ghosts ») placées de part et d'autre de la raie centrale. En effet, nous reconnaissons immédiatement dans ces termes la forme $g(\eta)_0 \exp(ikm\eta)$ dont la transformée est $\delta(\beta \mp km)$ d'après le théorème de déplacement de l'équation (48). Dans chacun des termes, la fonction $g(\eta)_0 = \exp(i\beta\eta)$ et le facteur de modulation est égal à $\exp \left(i n \frac{2\pi}{p} \eta \right)$. On identifie dans ce dernier terme

$$(60) \quad km = \frac{2\pi}{p} n,$$

n étant l'ordre du ghost. Les ghosts sont donc des figures de diffraction identiques à la figure de diffraction centrale, mais leur centre de gravité se trouve déplacé de

$$(61) \quad \Delta\beta = km = \frac{2\pi}{p_\eta} n,$$

c'est-à-dire de

$$(61a) \quad (\Delta x)_n = n \frac{\lambda}{P \cos i'} f$$

dans un spectrographe de longueur focale f , lorsque le réseau est utilisé à l'angle $i = i'$ et la période de l'erreur sur le réseau est P .

En effet, puisque $\eta = u/(A/2)$ d'après (29) et si p_u est la période de l'erreur dans la surface d'onde (coordonnée u), on a

$$(62) \quad p_\eta = \frac{p_u}{A/2}$$

et

$$(63) \quad \Delta x = \frac{x_0}{\beta} \Delta \beta = \frac{\lambda f}{\pi A} \frac{A}{2} \frac{2\pi}{p_u} n = \frac{n \lambda}{p_u} f.$$

Or

$$(64) \quad p_u = P \cos i',$$

d'où l'équation (61a) donnant Δx . Tout semble se passer comme si un réseau de période p_u se trouvait dans la surface d'onde et donnait un spectre symétrique par rapport à un ordre $n = 0$ qui coïncide avec la figure de diffraction d'un ordre m du réseau principal, avec

$$(65) \quad m = 2 (\sin i) a/\lambda.$$

Les intensités de ce spectre de ghosts sont facilement établies. En particulier, pour des très petites valeurs de Φ_M , on a

$$(66) \quad J_n(\Phi_M) \simeq \frac{1}{2^n n!} (\Phi_M)^n,$$

ce qui donne pour les amplitudes des ghosts

$$(67) \quad J_0(\Phi_M) \simeq 1, \quad J_1(\Phi_M) \simeq \frac{1}{2} \Phi_M, \quad J_2(\Phi_M) \simeq \frac{1}{8} \Phi_M^2, \quad J_3(\Phi_M) \simeq \frac{1}{48} \Phi_M^3, \text{ etc.}$$

Or, si ε est l'amplitude de l'erreur périodique dans la position des traits sur le réseau, on obtient (chap. II), à l'angle i du réseau,

$$(68) \quad \Phi_M = \frac{2\pi}{\lambda} 2 \varepsilon \sin i.$$

Ainsi, l'intensité de la raie centrale $[J_0(\Phi_M)]^2$ reste égale à l'unité. Pour la première paire de ghosts, l'intensité est

$$(69) \quad G_1 = [J_1(\Phi_M)]^2 = \frac{4 \pi^2 \varepsilon^2 \sin^2 i}{\lambda^2}.$$

Pour la deuxième paire de ghosts ($n = 2$) l'intensité est

$$(70) \quad G_2 = [J_2(\Phi_M)]^2 = \frac{4 \pi^4 \varepsilon^4 \sin^4 i}{\lambda^4}$$

et ainsi de suite. Le rapport de G_2 à G_1 est

$$(71) \quad \frac{G_2}{G_1} = \frac{\pi^2 \varepsilon^2 \sin^2 i}{\lambda^2},$$

c'est-à-dire $1/4$ du rapport du premier ghost à la raie centrale. D'une façon générale, le rapport des intensités

$$(72) \quad \frac{G_{n+1}}{G_n} \propto \frac{\pi^2 \varepsilon^2 \sin^2 i}{\lambda^2},$$

où le signe $\propto$ indique une proportionnalité.

Il est important de noter que ε est l'amplitude de la composante harmonique de l'erreur de période P sur le réseau. Les équations (69) à (72) ont l'avantage de mettre en évidence le fait que les intensités des ghosts ne dépendent, à part l'amplitude de l'erreur, que de l'angle de diffraction et de la longueur d'onde, mais qu'elles sont indépendantes de la constante d'espacement a du réseau. On peut, cependant, mettre celle-ci en évidence. Pour le premier ghost ($n = 1$), on obtient, en notant que $(4 \sin^2 i)/\lambda^2 = m^2/a^2$, la relation

$$(73) \quad G_1 = \pi^2 m^2 \varepsilon^2 / a^2$$

qui est la relation donnée par Rowland dans un travail remarquable et très complet sur les effets de telles erreurs dans les réseaux [1]. Rowland n'avait cependant pas donné des lois d'évolution des ghosts dans la forme des équations (61) et (69) pour les positions et les intensités des ghosts, que nous avons établies ici et qui vérifient, ainsi que nous le montrons au chapitre V, les lois générales d'évolution des figures de diffraction en présence d'aberrations de forme quelconque que nous établissons dans ce chapitre V.

La figure 15a montre la comparaison de la mesure interférométrique (chap. II) de l'amplitude des erreurs périodiques à une section du même réseau (fig. 15b) sur laquelle un deuxième réseau a été tracé par dessus le premier de façon à mettre les erreurs périodiques en évidence par la figure «moirée» [1] qui est constituée par la frange très noire

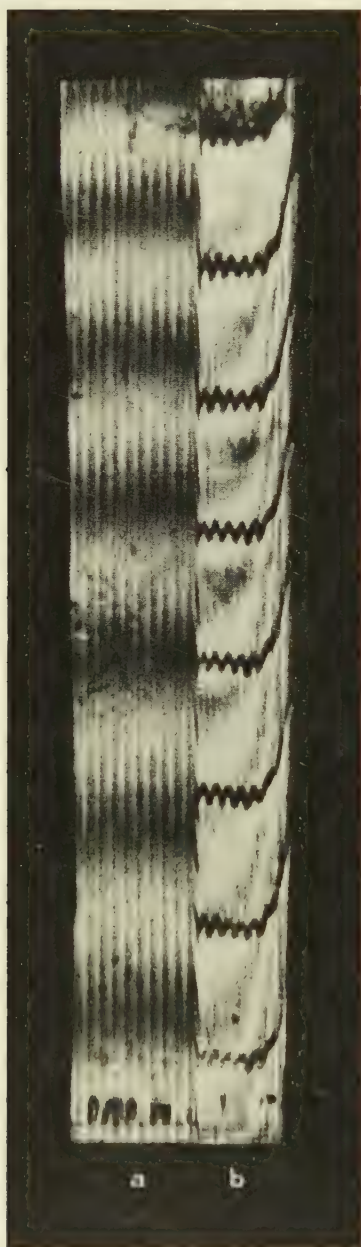


FIG. 15.

et fine (le deuxième réseau était légèrement incliné par rapport au premier et déplacé d'un demi-trait). La comparaison de l'interférogramme à ce réseau croisé réalisé d'après les indications de Rowland [1] montre que la méthode non destructive des interférogrammes donne exactement la même valeur que le réseau croisé (dont le moiré est visible à l'œil nu, bien entendu) et qu'elle est, par conséquent, préférable. (Les photographies des deux sections du réseau ont été faites en même temps.) En effet, pour l'interférogramme (il s'agit du 4^e ordre, $\lambda = 5\,461\text{ \AA}$, d'un réseau à 15 000 traits par pouce, $a = 16\,933\text{ \AA}$, $i = 40^\circ$, $\sin i = 0,645$) on obtient l'amplitude de l'erreur sur le réseau en divisant par $\sin i$ l'erreur dans l'interférogramme (chap. II). L'erreur dans l'interférogramme est obtenue (en franges) en divisant l'amplitude de l'erreur apparente (distance de sommet à sommet divisée par 2) par l'interfrange ; ceci donne 0,53 frange pour le réseau.

Pour le réseau croisé, l'erreur sur le réseau en angströms est égale à l'amplitude de l'erreur apparente (distance de sommet à sommet divisée par 2) divisée par « l'interfrange » et multipliée par $a = 16\,933\text{ \AA}$, ce qui donne 1 440 Å ou 0,526 frange sur le réseau. Les deux méthodes donnent donc bien le même résultat ; il s'agit, bien entendu, de l'amplitude de l'erreur apparente qui est généralement plus grande que l'amplitude ε de la composante harmonique qui correspond au pas du réseau (des sous-multiples du pas peuvent également donner lieu à des ghosts, si de telles erreurs existent ; la même chose est vraie pour les multiples du pas).

3. Vérification expérimentale à l'aide de réseaux à erreurs typiques introduites à dessein sous contrôle interférométrique. — Nous avons tracé, dans le cadre de ce travail, un certain nombre de réseaux à « erreurs contrôlées » sur la machine à réseaux du M.I.T. [12]. Ces réseaux, dans lesquels les erreurs ont été introduites à dessein sous contrôle interférométrique [10], ont été tracés spécialement dans le but d'étudier les effets de certaines erreurs typiques sur les figures de diffraction et afin de comparer des résultats de calculs concernant les raies parasites à des valeurs expérimentales.

Un tel réseau à « erreurs contrôlées » est montré dans la figure 14. Il s'agit d'un réseau dans lequel nous avons introduit une très grande aberration de phase du type « linéaire » sur une section de 25 mm.

Ce genre d'erreurs est facile à introduire sur la machine du M.I.T. qui, normalement, contrôle la position des traits à l'aide d'un servomécanisme photo-électrique-interférométrique que nous avons précédemment décrit [10]. En effet, à l'aide d'un différentiel mécanique, on avance (ou retarde) simplement la phase du générateur de signal sinusoïdal qui mesure la position du diamant auquel sont asservis les signaux sinusoïdaux interférométriques qui mesurent la position et l'orientation du chariot porte-réseau. Cette avance peut être effectuée à l'aide d'une came ; dans le cas présent, une rotation manuelle très rapide de 0,75 frange au début et à la fin de la section de 25 mm, ainsi qu'une rotation de 0,01 frange (environ $2,73 \times 10^{-6}\text{ mm}$) tous les 50 traits ($1/6\text{ mm}$ environ toutes les 4 mn environ) a permis d'obtenir une erreur parfaite. L'erreur de $\Delta a = 1,5$ frange a été ainsi accumulée sur une distance de $25 \times 300 \times 12,2$ franges. La figure 14

montre l'interférogramme correspondant à l'angle de 41° où le déplacement de franges correspondant à l'erreur sur le réseau va de $+0,492$ à $-0,492$ frange (constante du réseau $a = 12,195$ franges de $5\,461\text{ \AA}$). L'ensemble du réseau a été tracé sous contrôle automatique et la très bonne qualité de la surface d'onde qui en résulte est apparente dans la figure 14. Les deux spectrogrammes de ^{198}Hg en $5\,461\text{ \AA}$ et $2\,537\text{ \AA}$ ont été obtenus dans le spectrographe de $12,2\text{ m}$ de longueur focale ; ils montrent, en particulier, que la raie satellite principale *c* se trouve bien à la distance de $0,348\text{ mm}$ calculée par l'équation (42) :

$$\Delta l' = -2 \frac{\Delta a}{a} f \operatorname{tg} i' = -2 \times \frac{8,7}{10} \times \frac{1,5 \times 12,2 \times 10^3}{25 \times 300 \times 12,2} = 0,348\text{ mm}.$$

On constate aussi que ce satellite se trouve bien à la même distance du centre des raies dans le visible et dans l'ultraviolet, et que les intensités des satellites *c* sont les mêmes par rapport aux intensités centrales des raies. Mais, ainsi que nous l'avons indiqué dans le paragraphe IV.1, l'effet d'une erreur de phase « linéaire » est plus compliqué que celui correspondant à l'équation (42) ; d'après les équations (48) et (55) que nous avons également établies dans le paragraphe IV.1, on doit s'attendre, en effet, à ce qu'une modification de l'ensemble de la figure de diffraction résulte d'une telle erreur. En particulier, nous avons prévu une structure « fine » pour les satellites *c* qui doit dépendre, elle, de la longueur d'onde. Les spectrogrammes de la figure 14 vérifient parfaitement ces prévisions. Ils montrent, en effet, que la structure de la raie $2\,537\text{ \AA}$ est plus « condensée » que celle de la raie $5\,461\text{ \AA}$ (ce qui est en accord, aussi, avec les lois d'évolution que nous établissons au chap. V). Ces spectrogrammes montrent aussi que l'intensité du premier maximum secondaire près du centre de la raie principale est plus grande dans l'ultraviolet que dans le vert (chap. V).

Enfin, ce réseau présentait un cas particulièrement intéressant pour la vérification de la méthode de calcul des figures de diffraction que nous avons établie au chapitre III. La courbe des intensités $I(\beta)$ calculée par transformation de Fourier à partir de l'interférogramme pour la raie verte ($5\,461\text{ \AA}$) montre un parfait accord, dans tous les détails, avec le spectrogramme correspondant, aussi bien en position qu'en intensité. On voit, en particulier, comment les deux premiers maxima secondaires de part et d'autre du centre de la figure de diffraction ont été renforcés par l'erreur (par rapport à une tache parfaite) dans ce cas où l'erreur est non seulement très grande, mais occupe une fraction appréciable du réseau. Des modifications des parties centrales des figures de diffraction se produisent aussi dans le cas de telles erreurs de petite amplitude, en particulier lorsqu'elles s'étendent sur une grande partie des surfaces d'onde.

V. Lois d'évolution de la distribution de la lumière dans les figures de diffraction aberrantes en fonction de l'angle de diffraction et de la longueur d'onde. Théorie et expériences

Dans ce chapitre, nous étudions le cas général de l'évolution des positions et des intensités des défauts dans les figures de diffraction aberrantes en fonction de l'angle de diffraction et de la longueur d'onde. Ces paramètres sont, mani-

FLANCHE VII

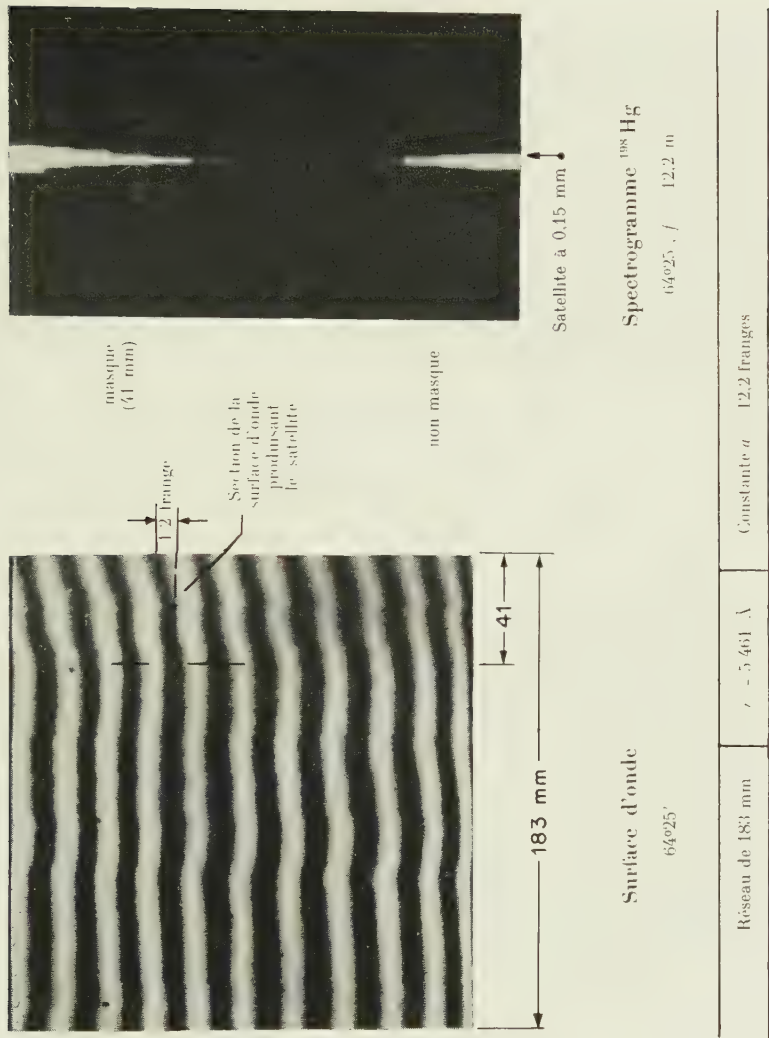


Fig. 12.

PLANCHE VIII

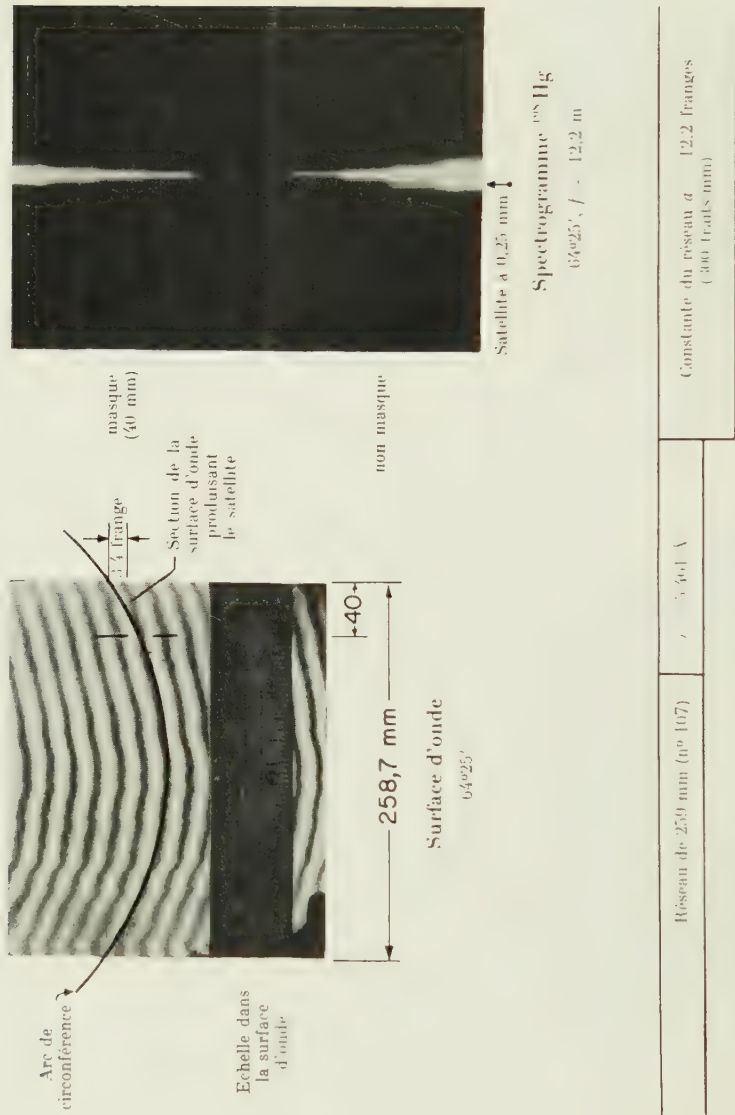


FIG. 13.

PLANCHE IX

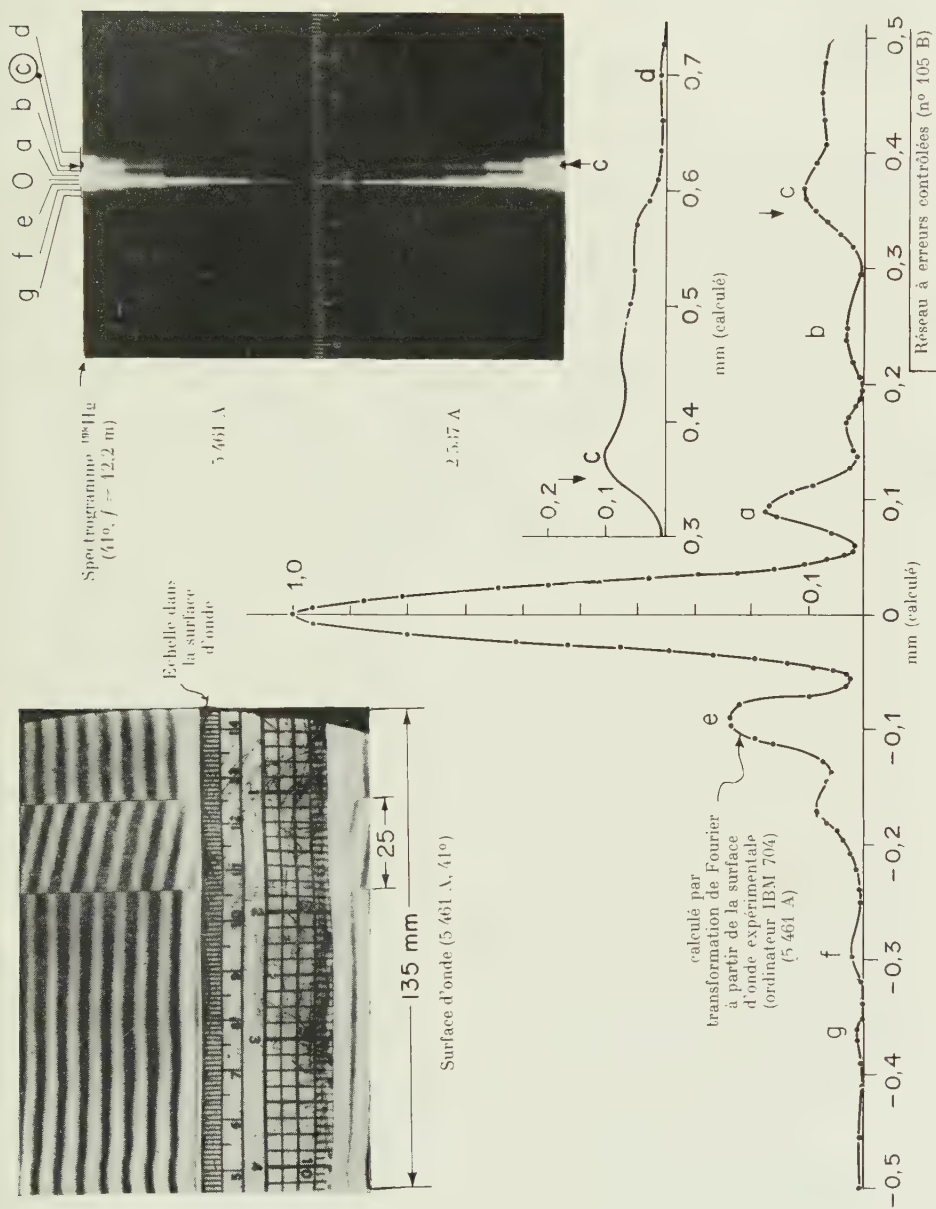


FIG. 14a.

GEORGE W. STROKE

PLANCHE X

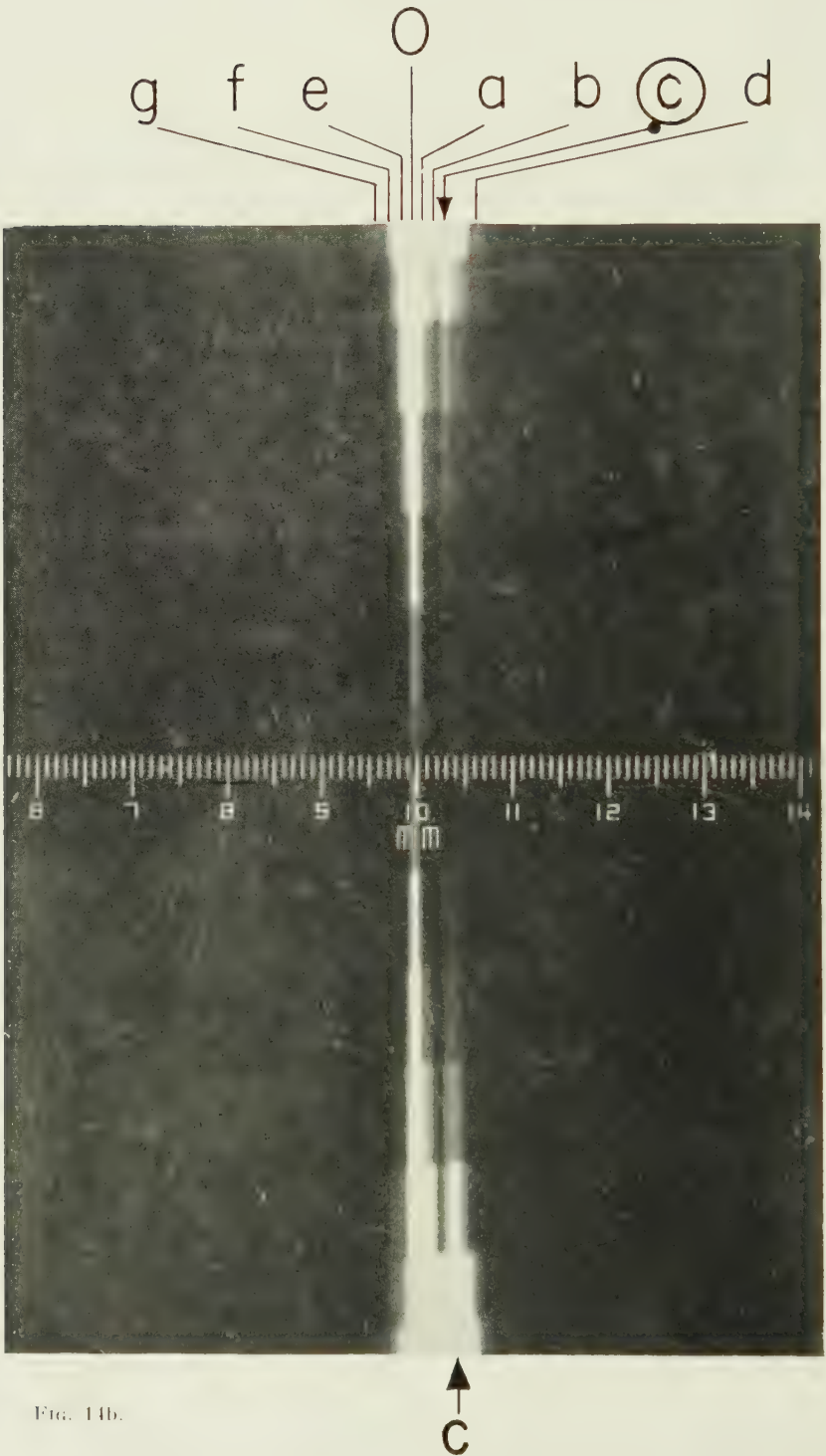


Fig. 14b.

festement, fondamentaux dans l'utilisation d'un réseau. La constante d'espacement du réseau n'intervient pas directement dans la répartition de la lumière dans les figures de diffraction, ainsi que nous l'avons noté à plusieurs reprises dans les chapitres précédents.

Au chapitre IV, nous avons déjà établi deux lois d'évolution particulières relatives à deux aberrations particulièrement nuisibles et fréquemment rencontrées : les aberrations de phase *linéaires* et les aberrations de phase *périodiques*.

Les aberrations de phase *linéaires* conduisent, en plus d'une modification de la région centrale des figures de diffraction, à des raies parasites principales situées d'un seul côté du centre des raies ; leur position et leur intensité sont toutes les deux indépendantes de la longueur d'onde à un angle de diffraction donné.

Les aberrations de phase *périodiques* sont à l'origine d'une série (infinie) de paires de raies parasites situées symétriquement de part et d'autre du centre des raies (ghosts de Rowland) ; leurs distances au centre des raies varient en $(\lambda/\lambda_0)(\cos i_0/\cos i)$ et nous avons aussi établi que les intensités des ghosts, dans le cas de la première paire (seulement) et pour des erreurs de petite amplitude, évoluent en $(\lambda_0/\lambda)^2(\sin i/\sin i_0)^2$. Dans ces expressions, λ est la longueur d'onde utilisée à l'angle i et comparée à la longueur d'onde λ_0 (à laquelle correspond l'angle i_0).

Or, d'une manière générale, les réseaux présentent des défauts irréguliers et non périodiques qui conduisent à des répartitions des phases absolument quelconques dans les surfaces d'onde. Les figures de diffraction aberrantes qui en résultent sont aussi quelconques. En particulier, les distributions des intensités dans ces figures ne sont généralement pas symétriques et seul leur caractère général peut être prévu par simple inspection des interférogrammes des surfaces d'onde (alors que le détail de ces figures et de leurs défauts peut être prévu pour les deux aberrations particulières étudiées au chapitre IV).

Par ailleurs, l'expérience [50, 1, 19, 17] a depuis longtemps montré une variation de la répartition des intensités dans les figures de diffraction aberrantes avec l'angle de diffraction et la longueur d'onde et a posé le problème théorique de l'évolution générale de cette répartition avec les paramètres d'utilisation des réseaux. Une solution de ce problème n'avait pas été donnée jusqu'ici.

Nous nous sommes donc proposé d'établir de telles lois d'évolution ; nous avons, en effet, réussi à le faire et nous en donnons la description détaillée dans ce chapitre.

Nous montrons aussi qu'à part l'intérêt théorique manifeste de ces lois d'évolution des figures de diffraction aberrantes, il en résulte une simplification appréciable de la caractérisation de la qualité des réseaux. Ces lois permettent, en effet, de prévoir l'évolution de l'ensemble des figures de diffraction produites par un réseau donné à différents angles et dans différentes longueurs d'onde lorsqu'une seule figure de diffraction a été déterminée, par exemple au moyen de la méthode de calcul établie au chapitre III ou même par l'expérience.

1. Loi générale d'évolution des figures de diffraction aberrantes. Loi de similitude. — Soit un réseau de largeur L utilisé en autocollimation à l'angle i_0 pour la longueur d'onde λ_0 . La fonction $\Delta(\eta')$ qui décrit l'erreur sur la position des traits (coordonnée normalisée η') conduit à une fonction $\Delta(\eta)_0$ qui décrit l'aber-

ration de la surface d'onde diffractée correspondante dans la pupille de coordonnée normalisée η (chap. II et III). Pour le cas des aberrations causées par des erreurs de tracé, les deux fonctions sont reliées par l'équation

$$(74) \quad \Delta(\eta)_0 = 2 \Delta(\eta') \sin i_0$$

d'après la théorie que nous avons établie au chapitre II. L'aberration de phase correspondant à $\Delta(\eta)_0$ pour la longueur d'onde λ_0 est donnée par

$$(75) \quad \Phi(\eta)_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta(\eta)_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} [2 \Delta(\eta') \sin i_0] .$$

Si l'on utilise le même réseau à un autre angle i et pour une autre longueur d'onde λ , l'aberration de phase $\Phi(\eta)$, qui correspond à la fonction $\Delta(\eta')$ inchangée, est donnée par

$$(76) \quad \Phi(\eta)_R = \left[\frac{\lambda_0 \sin i}{\lambda \sin i_0} \right] \Phi(\eta)_0 = \alpha_R \Phi(\eta)_0 .$$

Dans le cas des aberrations causées par des erreurs des miroirs à réseau (§ II.3) pour lesquelles

$$(77) \quad \Delta(\eta)_0 = 2 a \Delta i \cos i$$

et

$$(78) \quad \Phi(\eta)_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (2 a \Delta i \cos i_0) ,$$

on a

$$(79) \quad \Phi(\eta)_M = \left[\frac{\lambda_0 \cos i}{\lambda \cos i_0} \right] \Phi(\eta)_0 = \alpha_M \Phi(\eta)_0 .$$

Dans les deux cas, $\Delta(\eta)_0$ est l'aberration de la surface d'onde telle qu'elle apparaît dans les interférogrammes et $\Phi(\eta)_0 = (2\pi/\lambda_0) \Delta(\eta)_0$ est l'aberration de phase correspondante.

Si l'on convient d'identifier à α l'expression

$$(80) \quad \alpha_R = \frac{\lambda_0 \sin i}{\lambda \sin i_0}$$

dans le cas des erreurs de tracé et à α l'expression

$$(81) \quad \alpha_M = \frac{\lambda_0 \cos i}{\lambda \cos i_0}$$

dans le cas des erreurs des miroirs, on a d'une façon générale l'équation

$$(82) \quad \boxed{\Phi(\eta) = \alpha \Phi(\eta)_0}$$

dans laquelle $\Phi(\eta) \equiv \Phi(\eta)_R$ lorsque $\alpha \equiv \alpha_R$ et $\Phi(\eta) \equiv \Phi(\eta)_M$ lorsque $\alpha \equiv \alpha_M$.

Par ailleurs, nous avons vu (chap. III) que les distances linéaires dans le plan focal image sont données par l'expression

$$(83) \quad x = \frac{x_0}{\pi} \beta$$

dans laquelle le premier minimum de diffraction est donné (pour une pupille sans aberrations) par

$$(84) \quad x_0 = \frac{\lambda}{A} f = \frac{\lambda}{L \cos i} f,$$

L étant la largeur du réseau et $A = L \cos i$ la largeur de la pupille. Les distances linéaires dans une figure de diffraction produite par un réseau parfait varient manifestement dans le rapport $(\lambda/\lambda_0)(\cos i_0/\cos i)$ en présence de changements de λ et de i . La même conclusion s'applique aux figures de diffraction aberrantes dans le cas général.

En effet, si la longueur d'onde change dans le rapport λ/λ_0 et les dimensions de la pupille dans le rapport $\cos i_0/\cos i$, et si l'on change la coordonnée de pupille normalisée η_0 qui se rapporte à λ_0 et i_0 en η , telle que

$$(85) \quad \eta = \frac{\lambda_0 \cos i}{\lambda \cos i_0} \eta_0,$$

l'amplitude normalisée pour λ_0 et i_0 ,

$$(86) \quad \mathcal{A}(\beta_0) = \int_{-1}^{+1} \exp [\mathbf{i} \Phi(\eta)_0] \exp (\mathbf{i} \beta_0 \eta_0) d\eta_0,$$

se change en l'amplitude normalisée

$$(87) \quad \mathcal{A}(\beta) = \int_{-1}^{+1} \exp [\mathbf{i} \alpha \Phi(\eta)_0] \exp \left(\mathbf{i} \frac{\lambda \cos i_0}{\lambda_0 \cos i} \beta_0 \eta \right) d\eta$$

valable dans le cas général de i et de λ quelconques avec

$$(88) \quad \beta = \frac{\lambda \cos i_0}{\lambda_0 \cos i} \beta_0$$

et

$$(80) \quad \alpha \equiv \alpha_R = \frac{\lambda_0 \sin i}{\lambda \sin i_0} \quad (\text{défauts de tracé}) ,$$

$$(81) \quad \alpha \equiv \alpha_M = \frac{\lambda_0 \cos i}{\lambda \cos i_0} \quad (\text{défauts des miroirs}) .$$

Nous avons admis qu'un changement de l'aberration $\Phi(\eta)_0$ dans le rapport α correspond aux changements d'angle et de longueur d'onde considérés. On est donc conduit à conclure qu'une évolution des distances linéaires dans l'image dans le rapport $(\lambda/\lambda_0)(\cos i_0/\cos i)$ s'applique à l'ensemble de la répartition de la lumière dans les figures de diffraction aberrantes, dans le cas général. C'est ce qu'on peut convenir d'appeler la loi de similitude des figures de diffraction. L'expérience et le calcul exact pour l'évolution des figures de diffraction en trois longueurs d'onde pour un réseau de 254 mm de large examiné aux environs de 64° ont permis de parfaitement vérifier les prévisions de cette loi (ainsi que nous le montrons dans le § V.4). Les vérifications pour les longueurs

d'onde de 5 461 Å, 4 047 Å et 2 537 Å s'étendent à des régions de ± 16 , ± 21 et ± 33 unités de diffraction respectivement autour des centres des raies. Les positions des ghosts de Rowland (§ IV.2) suivent la même loi, alors que les positions des satellites correspondant au cas particulier de l'aberration de phase « linéaire » forment une exception. La loi de similitude des figures de diffraction s'applique sans restrictions à l'amplitude des aberrations.

L'équation (87) pour $\mathcal{A}(\beta)$, établie ci-dessus, est suffisante aussi pour prévoir l'évolution des intensités dans les figures de diffraction aberrantes dans le cas général d'une aberration $\Phi(\eta)_0$ de la surface d'onde diffractée de forme et d'amplitude quelconques (§ V.3). Le résultat du calcul de l'évolution des intensités prend une forme particulièrement simple dans le cas des aberrations de petite amplitude, ainsi que nous l'établissons dans le paragraphe suivant.

2. Loi d'évolution des intensités dans les régions aberrantes des figures de diffraction avec l'angle et la longueur d'onde (cas des petites aberrations). — Soit $g(\eta)$ la surface d'onde. Avec $|A(\eta)| = 1$, on a

$$(89) \quad g(\eta) = \exp [i \Phi(\eta)] = \cos \Phi(\eta) + i \sin \Phi(\eta),$$

où

$$(82) \quad \Phi(\eta) = \alpha \Phi(\eta)_0.$$

Nous nous proposons d'établir des expressions simples pour la prévision de l'évolution des intensités dans les régions aberrantes des figures de diffraction en fonction de i et λ . (C'est la région où une figure de diffraction parfaite a une intensité négligeable par rapport au centre.) A titre d'exemple, une loi d'évolution des intensités sera établie pour le cas où $|\Phi(\eta)|$ reste inférieure à $\pi/2$.

Dans ces conditions

$$(90) \quad g(\eta) = \exp [i \Phi(\eta)] = 1 - \frac{\Phi(\eta)^2}{2} + i \Phi(\eta) + \text{Res } \Phi(\eta) \quad \left(\text{pour } |\Phi(\eta)| < \frac{\pi}{2} \right)$$

et l'on obtient pour l'amplitude diffractée

$$(91) \quad \mathcal{A}(\beta) = \frac{2 \sin \beta}{\beta} - \frac{1}{2} T[\Phi(\eta)^2] + i T[\Phi(\eta)],$$

où $T[]$ indique la transformation de Fourier de la fonction entre crochets. Dans l'approximation utilisée, on a aussi

$$(92) \quad |\Phi(\eta)_0| < \pi/2$$

et

$$(93) \quad \mathcal{A}(\beta_0) = \frac{2 \sin \beta_0}{\beta_0} - \frac{1}{2} T[\Phi(\eta)_0]^2 + i T[\Phi(\eta)_0].$$

Or, d'après l'équation

$$(82) \quad \Phi(\eta) = \alpha \Phi(\eta)_0,$$

on a

$$(94) \quad \mathcal{A}(\beta) = \frac{2 \sin \beta}{\beta} - \frac{1}{2} \alpha^2 T[\Phi(\eta)_0^2] + i \alpha T[\Phi(\eta)_0],$$

avec

$$(80) \quad \alpha \equiv \alpha_R = \frac{\lambda_0}{\lambda} \frac{\sin i}{\sin i_0} \quad \text{pour des erreurs de tracé,}$$

$$(81) \quad \alpha \equiv \alpha_M = \frac{\lambda_0}{\lambda} \frac{\cos i}{\cos i_0} \quad \text{pour des défauts des miroirs à réseau.}$$

On note d'abord que α est un paramètre qui n'est pas petit, étant donné que pour des raisons physiques dues à l'utilisation des réseaux, α peut prendre des valeurs qui dépassent largement l'unité. On n'a donc pas le droit de négliger le terme en α^2 par rapport à celui en α , en se basant sur un tel argument, ainsi que l'on pourrait être tenté de le faire. Par contre, on note qu'il est possible d'écrire

$$(95) \quad T[\Phi(\eta)_0^2] = T[\Phi(\eta)_0] \otimes T[\Phi(\eta)_0],$$

où le signe $\otimes$ indique un produit de composition.

Pour le cas des aberrations $\Phi(\eta)_0$ relativement petites considérées ici, il est clair que la fonction $T[\Phi(\eta)_0^2]$ devient, elle, petite par rapport à la fonction $T[\Phi(\eta)_0]$ dès que l'on commence à s'éloigner du centre de la figure de diffraction et donc, précisément, dans la région pour laquelle on cherche à évaluer l'évolution des aberrations. Ce raisonnement est aussi en accord avec des inégalités (de Schwartz) qui sont facilement établies dans la théorie des fonctions de corrélation ([49] § 9.2.10). On est donc conduit à conclure que, dans ces conditions, c'est bien le terme en $\alpha^2 T[\Phi(\eta)_0^2]$ qui peut être négligé par rapport au terme en $\alpha T[\Phi(\eta)_0]$. On obtient ainsi les amplitudes

$$(96) \quad \mathcal{A}(\beta_0) \simeq \frac{2 \sin \beta_0}{\beta_0} + i T[\Phi(\eta)_0]$$

et

$$(97) \quad \mathcal{A}(\beta) \simeq \frac{2 \sin \beta}{\beta} + i \alpha T[\Phi(\eta)_0].$$

Avec la normalisation du chapitre III, on a aussi

$$(36) \quad I(\beta) = \frac{1}{4} \mathcal{I}(\beta) \mathcal{I}(\beta)^*.$$

On a donc finalement pour les intensités

$$(98) \quad I(\beta_0) \simeq \left(\frac{\sin \beta_0}{\beta_0} \right)^2 + \frac{1}{4} \left\{ T[\Phi(\eta)_0] \right\}^2$$

et

$$(99) \quad I(\beta) \simeq \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 + \frac{1}{4} \alpha^2 \left\{ T[\Phi(\eta)_0] \right\}^2.$$

Or, dans la région en dehors de la partie centrale, elle-même, des figures de diffraction, dans laquelle nous cherchons à évaluer l'évolution des intensités, les premiers termes (qui correspondent à une surface d'onde sans aberrations) sont précisément négligeables. Dans cette région (par exemple au delà du deuxième minimum de diffraction des taches parfaites), la contribution aux intensités est formée uniquement par les deuxième termes des équations (98) et (99). Si

l'on convient d'appeler $\Delta I(\beta_0)$ et $\Delta I(\beta)$ ces contributions dans les cas (i_0, λ_0) et (i, λ) respectivement, on a finalement le résultat

$$(100) \quad \Delta I(\beta) \simeq \alpha^2 \Delta I(\beta_0),$$

avec

$$(80') \quad \alpha^2 \equiv \alpha_R^2 = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\sin i}{\sin i_0}\right)^2 \text{ pour des erreurs de tracé}$$

$$(81') \quad \alpha^2 \equiv \alpha_M^2 = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\cos i}{\cos i_0}\right)^2 \text{ pour des défauts des miroirs à réseau}$$

et valable pour $|\Phi(\eta)| < \pi/2$.

Nous avons donc établi la loi d'évolution des intensités suivante, valable pour des aberrations dont l'amplitude maximum pour la longueur d'onde la plus courte dans le domaine des comparaisons reste inférieure à $\pi/2$: *les intensités dans les régions de défauts des figures de diffraction aberrantes en dehors de la partie centrale elle-même et causées par des aberrations des surfaces d'onde diffractées, augmentent dans tous les cas comme le rapport inverse des carrés des longueurs d'onde. Dans le cas des aberrations causées par des erreurs de tracé, elles augmentent aussi comme le carré du sinus de l'angle d'utilisation du réseau. Dans le cas des aberrations causées par des défauts des miroirs à réseau, ces intensités diminuent comme le carré du cosinus de l'angle d'utilisation du réseau.*

On vérifie, en particulier, que les équations (100) et (80) donnent une valeur correcte pour le rapport relatif des intensités des ghosts de Rowland d'ordres successifs [éq. (72)] et, en particulier, pour l'intensité relative au centre de la première paire ($n = 1$) de ces ghosts [éq. (69)], ainsi que nous l'avons établi au paragraphe IV.2. Ces ghosts sont précisément causés par des aberrations de très petite amplitude, dans le cas où la comparaison s'applique. L'évolution des positions des ghosts de Rowland [éq. (61)] est également correctement prévue par la loi de similitude générale [éq. (88)] établie dans le présent chapitre.

Il est donc raisonnable de se demander si, inversement, ces lois d'évolution générales, que nous venons d'établir par un raisonnement sur des surfaces d'onde de forme quelconque, exprimée sous forme d'une fonction de phase continue pour l'ensemble de la surface d'onde (avec, bien entendu, un nombre limité de points de discontinuité et de maxima, et minima, permis) n'auraient pas pu être établies par une décomposition de l'aberration en série de Fourier. En effet, on aurait pu chercher à déduire les lois d'évolution à partir du résultat qui est facile à établir pour une variation de phase à une seule composante harmonique dans la surface d'onde, ainsi que nous l'avons montré au paragraphe IV.2. En fait, de tels essais ont été signalés dans le passé [51], mais n'ont apparemment pas été couronnés de succès ; les difficultés du raisonnement basé sur une superposition de ghosts résultent du fait qu'une telle superposition n'est pas linéaire par rapport aux intensités des ghosts (il n'y a pas trop de difficultés en ce qui concerne les positions). Ainsi, si l'aberration de la surface d'onde est décomposée en une série de Fourier, on a dans la pupille normalisée

$$g(\eta) = \exp \left\{ i \sum_1^n a_n \cos \left[n \frac{2\pi}{p} \eta + \varphi_n \right] \right\},$$

où les a_n sont les amplitudes des composantes harmoniques, φ_n leurs phases relatives, et $n2\pi/p$ leurs fréquences spatiales. La distribution d'amplitude dans la figure de diffraction est, bien entendu, $\mathcal{A}(\beta) = T[g(\eta)]$. L'application de la relation (57) donne l'équation

$$g(\eta) = \sum_{q_1, q_2, \dots = -\infty}^{\infty} J_{q_1}(a_1) J_{q_2}(a_2) \dots \exp i \left[q_1 \left(\frac{2\pi}{p} \eta + \varphi_1 \right) + q_2 \left(2 \frac{2\pi}{p} + \varphi_2 \right) + \dots \right]$$

qui, même pour des arguments $n(2\pi/p)\eta + \varphi_n$ petits, ne devient pas très maniable dans la transformation de Fourier [$J_{q_n}(a_n), \dots$ sont des fonctions de Bessel d'ordre $q_n = 1, 2, \dots$] ([49] § 7.5.45).

En conclusion, nous rappelons que le résultat important donné par les équations (100), (80) et (81), qui fournit l'évolution des intensités dans le cas général des aberrations de forme quelconque, a été établi à titre d'exemple pour des aberrations d'amplitude inférieure à $\pi/2$. Des lois générales donnant l'évolution des intensités en présence d'aberrations d'amplitude quelconque peuvent facilement être établies d'une manière analogue à celle que nous venons d'utiliser. Les lois d'évolution pour le cas particulier des aberrations de phase «linéaires» d'amplitude quelconque ont déjà été données au paragraphe IV.1.

3. Evolution des intensités dans les figures de diffraction dans le cas des aberrations de phase d'amplitude quelconque. — En gardant un nombre suffisant de termes dans le développement en série de $\exp[i\Phi(\eta)]$, rien ne s'oppose à l'établissement de lois d'évolution des intensités semblables à celles établies dans le paragraphe précédent et valables pour des aberrations plus grandes que $\pi/2$. On note, en effet, que le développement en série de $\exp[i\alpha\Phi(\eta)_0]$ fait apparaître des puissances entières de $\Phi(\eta)_0$; les transformées de Fourier de ces puissances correspondent simplement à des convolutions d'un nombre de facteurs identique à la puissance de chaque terme de la série.

Par ailleurs, le calcul au moyen de la méthode donnée au chapitre III permet d'obtenir les distributions d'intensités d'une manière complète et pour n'importe quelle longueur d'onde, et cela, en particulier, avec une grande précision dans les centres des figures de diffraction.

Le choix entre l'une et l'autre manières d'évaluation de l'évolution des figures de diffraction dans un cas donné est gouverné par des considérations pratiques. De toute manière, les interférogrammes des surfaces d'onde diffractées doivent être utilisés dans les deux cas, étant donné qu'ils permettent, en particulier, d'extrapoler à d'autres longueurs d'onde l'information obtenue d'une seule figure de diffraction calculée ou expérimentale.

4. Vérifications expérimentales. — Ainsi que nous l'avons indiqué au paragraphe III.3, nous revenons sur l'examen de la figure 11 relative au réseau de 254 mm de large utilisé aux environs de 64° dans trois longueurs d'onde : 5 461 Å, 4 047 Å et 2 537 Å. Nous avons déjà constaté le très bon accord entre les posi-

tions et les intensités des diverses raies parasites prévues par le calcul par transformation de Fourier à partir de l'interférogramme, d'une part, et les spectrogrammes expérimentaux d'autre part. Nous rappelons que c'est la racine carrée de l'intensité $[I(\beta)]^{1/2}$ qui est portée dans les courbes pour la clarté de la figure. Il nous reste ici à vérifier dans quelle mesure les courbes de l'intensité ($I^{1/2}$ pour être exact) sont en accord avec les lois d'évolution des figures de diffraction, que nous venons d'établir théoriquement.

Notons d'abord qu'il se trouve que la surface d'onde moyenne (qui nous sert de référence dans ce cas) est parfaitement parabolique par suite d'un défaut d'aluminiure. Nous avons indiqué cette parabole par un arc de circonférence sur la figure, mais nous avons effectivement calculé la forme de la parabole; les aberrations ont été mesurées par rapport à cette parabole calculée et ont servi dans le calcul des figures de diffraction représentées par les courbes. On se rappelle, en effet, qu'une surface d'onde à section parabolique donne, en son meilleur foyer, des figures de diffraction parfaites (§ II.1).

On constate que l'aberration de 1,5 de frange à partir de la parabole en 5 461 Å correspond à 1,36/5 frange en 4 047 Å et à 2,15/5 frange en 2 537 Å; ainsi, en toute rigueur, nous ne devons pas nous attendre a priori à un accord parfait avec la loi d'évolution des intensités établie dans le paragraphe précédent, car celle-ci ne s'applique (dans cette forme simple) qu'à des aberrations inférieures à 1/4 de frange pour la longueur d'onde la plus courte. Néanmoins, il est intéressant d'examiner les résultats et de chercher à établir dans quelle mesure ils sont correctement prévus.

Nous avons marqué par une, deux ou trois étoiles au-dessus des lettres x, y, etc., m, n et s les raies parasites (satellites) correspondant à 5 461 Å, 4 047 Å et 2 537 Å respectivement. Les angles correspondant à l'examen dans ces trois longueurs d'onde sont :

λ	i	$\sin i$	$\cos i$
5 461 Å	64°25'	0,902 0	0,431 83
4 047 Å	65°48'	0,911 5	0,411 27
2 537 Å	66°4'40"	0,914 1	0,405 6

Nous trouvons, en appelant

$$r = (\lambda/\lambda_0) (\cos i_0/\cos i),$$

$$r_{4\,047/5\,461} = 0,778 \simeq 0,78,$$

$$r_{2\,537/5\,461} = 0,494\,5 \simeq 0,495.$$

Nous notons aussi que nous avons déjà tenu compte de l'aberration causée par le défaut d'aluminiure en calculant les aberrations à partir de la référence parabolique; pour l'évolution des intensités en fonction de i et λ c'est donc α_R , correspondant à l'équation (80), qui intervient. Nous trouvons :

$$\alpha_{R(4\,047/5\,461)} = 1,36,$$

$$\alpha_{R(2\,537/5\,461)} = 2,16.$$

Dans le tableau II, nous avons porté pour les sept satellites les plus importants, d'une part, les distances au centre et, d'autre part, les intensités relatives pour chaque longueur d'onde, telles qu'elles sont relevées sur un cliché 1,46 fois environ plus grand que la figure. Les valeurs de $[I(\beta)]^{1/2}$ pour chaque longueur d'onde sont obtenues en divisant l'ordonnée de l'intensité du satellite par l'ordonnée du maximum central correspondant (il s'agit des valeurs données par les courbes, c'est-à-dire toujours des racines carrées des intensités, bien entendu). Les distances sont données en millimètres au micron près (dans le plan focal du spectrographe de 12,2 m de longueur focale). Au total, les figures de diffraction s'étendent entre ± 16 , ± 21 , et ± 33 unités de diffraction pour les trois longueurs d'onde 5 461 Å, 4 047 Å et 2 537 Å respectivement. Nous rappelons que nous avons déjà précédemment établi le très bon accord entre les courbes calculées et les spectrogrammes (chap. III).

L'examen du tableau II montre immédiatement qu'un accord pratiquement parfait existe entre les distances théoriques et les distances expérimentales

TABLEAU II. — *Vérification expérimentale des lois d'évolution* (fig. 11)Aberration maximum (5 461 Å) = $0,8 \pi/2$ (4 047 Å) = $1,09 \pi/2$ (2 537 Å) = $1,72 \pi/2$

$$r = (\lambda/\lambda_0) (\cos i_0/\cos i)$$

$$r_{4\ 047/5\ 461} \simeq 0,78$$

$$r_{2\ 537/5\ 461} \simeq 0,495$$

$$\alpha_R = (\lambda_0/\lambda) (\sin i/\sin i_0)$$

$$\alpha_{R(4\ 047/5\ 461)} = 1,36$$

$$\alpha_{R(2\ 537/5\ 461)} = 2,16$$

Satellite	Distance expérimentale	Distance théorique	Amplitude expérimentale	Amplitude théorique approximative ⁽⁴⁾
r	0,644 mm	0,644 réf.	1	1
r **	0,502	0,504	1,33	1,36
r ***	0,317	0,319	2,35	2,16
q	0,570 mm	0,570 réf.	1	1
q **	0,438	0,443	1,38	1,36
q ***	0,276	0,282	2,85	2,16
y	0,266 mm	0,266 réf.	1	1
y **	0,205	0,207	1,27	1,36
y ***	0,128	0,133	2,19	2,16
x	0,194 mm	0,194 réf.	1	1
x **	0,148	0,150	1,22	1,36
x ***	0,090	0,096	1,84	2,16
m	0,095 mm	0,095 réf.	1	1
m **	0,074	0,074	1,15	1,36
m ***	0,048	0,047	1,48	2,16
n	0,171 mm	0,171 réf.	1	1
n **	0,133	0,133	1,3	1,36
n ***	0,091	0,085	2,2	2,16
s	0,323 mm	0,323 réf.	1	1
s **	0,252	0,252	1,44	1,36
s ***	0,163	0,159	2,55	2,16

⁽⁴⁾ Les aberrations dépassent la valeur de $\pi/2$ qui limite l'application stricte de la loi simple d'évolution des intensités.

d'après la loi de similitude des figures de diffraction (§ V.1) ; en effet, ainsi que nous l'avons établi dans les équations (87) et (88) l'application de la loi de similitude est, elle, indépendante de l'amplitude des aberrations.

De même, nous constatons que les ordres de grandeur des amplitudes dans les figures de diffraction sont encore très bien prévues dans l'ensemble dans leur région d'application d'après l'équation (97) (qui est, nous le rappelons, l'équation qui permet de prévoir l'évolution des amplitudes dans les figures de diffraction aberrantes) ; cet accord est obtenu bien que l'aberration en $4\,047\text{ \AA}$ soit égale à $1,085\ \pi/2$ et celle en $2\,537\text{ \AA}$ à $1,72\ \pi/2$, qui dépassent toutes les deux la valeur de $\pi/2$ jusqu'à laquelle l'accord devait, en effet, être très acceptable d'après le développement en série de l'équation (90).

Ainsi que le prévoit la loi simple de l'évolution des intensités, il ne faut pas s'attendre à un très bon accord près du centre même des figures de diffraction ; cette prévision est, en effet, bien illustrée par les satellites m qui se trouvent à 1,56 unités de diffraction des centres ; l'accord pour ces satellites m est sensiblement moins bon que pour les satellites n qui se trouvent à 2,8 unités de diffraction.

En conclusion, on peut dire que la loi de similitude des figures de diffraction (§ V.1) semble être en mesure de prévoir d'une manière pratiquement certaine les positions des raies parasites aux différents angles et pour les différentes longueurs d'onde, et que la loi simple de l'évolution des intensités (§ V.2) donne un très bon ordre de grandeur pour les intensités, dans les cas où elle s'applique. Ces lois d'évolution constituent donc un nouvel outil pour la caractérisation de la qualité des réseaux, qui n'existait pas jusqu'ici.

Enfin, lorsqu'une connaissance exacte de la distribution de la lumière pour les différentes longueurs d'onde est essentielle dans l'ensemble des figures de diffraction, y compris la région centrale où se trouve généralement la majeure partie de l'énergie, c'est la méthode de calcul que nous avons donnée au chapitre III qui permet de résoudre le problème, en partant des interférogrammes des surfaces d'onde diffractées.

APPENDICE

L'apparition des grands réseaux lumineux de très haute résolution

Près de deux siècles d'efforts dans la réalisation de bons réseaux optiques, destinés à être utilisés aux plus grands angles d'incidence et de diffraction, ont récemment abouti au tracé de très bons réseaux, ayant des largeurs dépassant 265 mm et des traits de plus de 140 mm de long [17, 35]. Ces réseaux ont été tracés sur la machine à réseaux du M.I.T. sous le contrôle par asservissement interférométrique que nous avons développé avec G. R. Harrison [10].

La construction de plusieurs machines purement mécaniques, destinées à tracer des réseaux de bonne qualité spectroscopique courante, a été terminée dans la même période des dix dernières années grâce, en particulier, à des efforts industriels ; ces machines ont déjà produit plusieurs centaines de bons réseaux de dimensions allant jusqu'à 200 mm [52, 65]. De ces mêmes efforts industriels résultent diverses méthodes de fabrication de copies (répliques), parfaites dans

l'ensemble en tant que reproductions des originaux. Ces réseaux et copies ont permis d'étendre l'utilisation des instruments spectrographiques et spectroscopiques utilisant des réseaux, à de nombreux laboratoires de recherche scientifique et industrielle, tels ceux des aciéries dans lesquels des spectromètres à réseau à lecture photoélectrique directe permettent l'analyse immédiate d'une fonte prête à être coulée. On sait que des réseaux sont aussi fréquemment associés à d'autres éléments optiques dans des arrangements très ingénieux [57] de façon à permettre la réalisation de spectromètres ayant une très haute luminosité et souvent, en même temps, de très hautes résolutions ; ces spectromètres ont été développés, en particulier, aux laboratoires du Centre National de la Recherche Scientifique à Bellevue par P. Jacquinot, R. Chabbal et P. Connes [57, 58].

Cette nouvelle époque de réalisation de réseaux de haute qualité, capables de concentrer une grande partie du flux incident dans un petit domaine angulaire, même aux plus grands angles en autocollimation (réseaux directifs : « blazed gratings »), depuis l'ultraviolet extrême jusqu'à l'infrarouge lointain, a été considérablement avancée par les travaux de J. Strong [53], à l'Université Johns Hopkins, et des frères H. D. & H. W. Babcock [54], à l'Observatoire du Mont Wilson, sur les dépôts des couches d'aluminium déposées par évaporation, ainsi que sur la taille des diamants et les techniques de traçage respectivement. Ces chercheurs se sont également attachés à la réalisation de très bons réseaux de 150 mm et de 200 mm de large respectivement au moyen de techniques mécaniques ingénieuses qu'ils ont décrites [18, 54] ; celles-ci sont destinées à doter la machine une fois pour toutes d'une qualité inhérente et d'essayer de la maintenir en présence d'usure et des variations de frottement. Par contre, on sait que le groupe du M.I.T., sous la direction de G. R. Harrison, a réussi le tracé des grands réseaux de plus de 350 cm², mentionnés ci-dessus, par le contrôle interférométrique du chariot porte-réseau et cela au moyen d'un asservissement électromécanique qui corrige les défauts de la machine tels qu'ils apparaissent au moment même du traçage des sillons sur le réseau. Le succès de ce contrôle est dû à divers facteurs mécaniques et optiques que nous avons décrits [10, 55, 35] et, en particulier, à l'évaluation théorique de l'information sur la position et l'orientation du chariot, contenue dans le signal de frange photoélectrique [56] ; celui-ci permet de situer le réseau à quelque 0,003 μ près de sa position correcte à partir de l'origine, à chaque instant, et de le maintenir à 0,01" près en orientation plane par rapport au trajet guidé du diamant. Ces précisions de tracé sont nécessaires pour la production de surfaces d'onde ayant une qualité suffisamment bonne pour les études spectroscopiques de haute résolution contemporaines. Les résultats remarquables obtenus par le contrôle interférométrique ont, ainsi, servi aussi à corriger une impression, basée sur des efforts mécaniques très ingénieux dans le passé, que l'art et la précision mécaniques extrêmes, mais irréalisables, étaient essentiels à une solution parfaite de la production de réseaux optiques. L'expérience a aussi montré que la mesure interférométrique des surfaces d'onde diffractées [11] (chap. II) joue un rôle essentiel dans le perfectionnement d'une machine à tracer les réseaux.

Les figures 16 et 17 (planches XI et XII) montrent un certain nombre de spectrogrammes que nous avons obtenus avec des réseaux tracés sous contrôle

interférométrique. Certains des arrangements spectrographiques utilisés étaient d'un type nouveau que nous avons brièvement décrit ailleurs [32, 17] : ils se composent de deux réseaux ou réseaux échelles placés en série, aux environs du même angle, de façon que leurs dispersions s'ajoutent (à l'intérieur d'une pupille correspondant à un seul des réseaux). Cet arrangement fournit, pour une dispersion linéaire donnée, le triple avantage d'un « pouvoir de résolution » doublé (par rapport au réseau unique), d'une longueur focale réduite à la moitié de celle nécessaire avec un seul réseau et d'une luminosité *accrue* (par rapport au montage à un seul réseau) dans tous les cas où le flux réfléchi dans un ordre par le deuxième réseau dépasse 25 %, ce qui est généralement le cas pour des réseaux directifs courants (avec lesquels des valeurs atteignant 75 % dans le visible ont été mesurées dans certains cas). La figure 17 est un agrandissement de la partie centrale de la raie verte du mercure obtenu à partir du négatif qui a servi pour la figure 16 en bas et à droite [12].

DEUXIÈME PARTIE

LA RÉPARTITION DE LA LUMIÈRE DIFFRACTÉE ENTRE LES DIFFÉRENTS ORDRES : INTERPRÉTATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE ET ÉTUDES ANALOGIQUES EN ONDES CENTIMÉTRIQUES

Introduction

Le caractère électromagnétique de la lumière se manifeste d'une manière fondamentale dans la répartition de la lumière entre les ondes de différents ordres (d'interférence) diffractées par un réseau optique. Ce fait n'a été que peu reconnu dans le passé dans les nombreux travaux [36] qui traitent de la répartition des intensités entre les ordres et qui ont débuté par les études de Rowland [1] en 1893. Dans ces travaux, on s'est généralement basé sur la validité de l'approximation des ondes scalaires qui est bien justifiée pour le calcul de la distribution de la lumière *dans les figures de diffraction* dans les divers ordres (1^{re} partie, § I.4), mais qui ne suffit pas pour calculer d'une manière générale *les intensités respectives de ces ordres*. En effet, l'approximation des ondes scalaires néglige le caractère vectoriel des radiations électromagnétiques qui intervient, en particulier, dans la description de leur interaction avec la surface du réseau sur lequel il faut satisfaire à des conditions aux limites. D'une façon générale, on s'attend suivant cette approximation à une « diffraction » dans un domaine angulaire d'autant plus grand que la largeur des sillons est plus petite par rapport à la longueur d'onde et cela sans qu'il soit fait mention de polarisation ni de la nature de la surface qui constitue le réseau. Par exemple, on est conduit à admettre suivant la théorie scalaire que seules la largeur des facettes des sillons à profil rectangulaire, la direction d'incidence et la longueur d'onde déterminent la répartition du flux diffracté entre les différents ordres.

Or, l'étude expérimentale de la répartition de la lumière entre les ordres effectuée avec des réseaux optiques montre des divergences d'autant plus importantes

avec les prévisions des théories scalaires que la constante d'espacement du réseau et les dimensions des facettes des sillons sont plus petites, particulièrement lorsque celles-ci deviennent comparables à la longueur d'onde ; de plus, on trouve que les répartitions varient avec la polarisation [36].

Par contre, ainsi que nous le montrons au chapitre III, si l'on tient compte du caractère électromagnétique de la lumière, ainsi que des conditions aux limites et de la polarisation, on est conduit à prévoir une absence complète de la « diffraction » par les traits, dans le sens classique du terme, et l'existence d'un seul ordre (celui en autocollimation) pour un certain réseau à marches rectangulaires, pour l'une des polarisations et cela quelle que soit la largeur des facettes [4]. L'expérience effectuée dans le domaine des ondes centimétriques avec un réseau ayant des facettes larges de 1 longueur d'onde seulement a parfaitement vérifié cette hypothèse dont le résultat est inexplicable au moyen des théories classiques.

On se trouve donc bien dans les phénomènes de *diffraction par un réseau en présence d'un problème d'ondes électromagnétiques qui doivent satisfaire à des conditions aux limites* imposées par la structure et la nature de la surface du réseau [4].

Une fois ce fait reconnu, on se trouve toutefois devant un problème dont la solution mathématique rigoureuse présente des difficultés considérables.

Il convient de définir ici ce qu'on peut appeler une solution rigoureuse d'un problème de diffraction électromagnétique. D'après Sommerfeld ([37] p. 247), il convient d'appeler « exacte » une solution qui satisfait aux équations de Maxwell [48] aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'objet diffractant et qui satisfait à des conditions aux limites appropriées à la surface de l'objet. (Dans le cas d'un conducteur parfait, à l'intérieur duquel il ne peut y avoir un champ électromagnétique, il suffit de satisfaire aux équations de Maxwell à l'extérieur de l'objet diffractant.) De plus, la solution doit correspondre à un type d'excitation donné (ondes planes ou source ponctuelle, par exemple) ; nous considérons ici le cas des ondes planes. Il convient d'ajouter à ces conditions la « condition de rayonnement à l'infini » définie par Sommerfeld ([37] p. 250) ; celle-ci permet, en particulier, de choisir le signe pour les directions de rayonnement dans les calculs de diffraction.

Enfin, étant donné que la lumière incidente sur un réseau optique peut être aussi bien non polarisée que polarisée de diverses manières (étude des effets Zeeman, par exemple), il est évident que la solution complète d'un problème de diffraction par les réseaux doit toujours permettre de calculer les amplitudes des ondes diffractées pour deux polarisations orthogonales dans chaque ordre. Une solution ainsi définie peut être appelée rigoureuse si elle est « exacte », dans le sens de Sommerfeld, pour l'ensemble des calculs ; elle ne fait intervenir des approximations que dans l'évaluation numérique de la solution, si cela est nécessaire.

On sait que même pour des réseaux « plans » réfléchissants, parfaitement conducteurs, auxquels nous limitons nos arguments, on ne trouve guère dans la littérature une solution rigoureuse et complète du problème de diffraction électromagnétique [5 à 9]. Lord Rayleigh [9] a traité rigoureusement un problème scalaire d'un réseau à profil sinusoïdal en incidence normale et a indiqué qu'il

était possible de calculer, d'après les expressions qu'il a établies, les amplitudes des ondes planes diffractées pour la polarisation $\vec{E}_{\parallel}$ ($\vec{E}$ parallèle à la longueur des sillons, $\vec{E}_{\text{tangential}} = 0$ sur la surface du réseau); s'il avait considéré les équations de Maxwell et la nature vectorielle de la lumière afin, en particulier, d'en déduire les amplitudes du champ magnétique correspondant, il aurait ainsi donné la solution pour une moitié du problème de diffraction par un réseau sinusoïdal en incidence normale. La deuxième moitié de ce problème électromagnétique (polarisation $\vec{H}_{\parallel}$, $\vec{H}$ parallèle aux sillons, $\vec{E}H_{\parallel} \cdot \vec{n} = 0$ sur la surface du réseau) nécessaire à la solution complète est beaucoup plus difficile à résoudre et, en fait, n'avait pas trouvé de solution rigoureuse jusqu'ici.

Nous donnons au chapitre I une solution rigoureuse complète de ce problème de diffraction par un réseau de phase parfaitement conducteur, de profil sinusoïdal, qui reçoit des ondes monochromatiques planes en incidence normale.

Ainsi que nous le montrons dans ce chapitre I, le système d'équations algébriques linéaires qui constitue la solution peut être écrit de façon à être *le même* pour les deux polarisations, donnant soit les amplitudes elles-mêmes des ondes planes diffractées du champ électrique (cas de $\vec{E}_{\parallel}$), soit des expressions algébriques linéaires (reliant trois amplitudes d'ordres successifs) desquelles on déduit, par itération, les amplitudes des ondes planes diffractées du champ magnétique (cas de $\vec{H}_{\parallel}$). L'existence de solutions simultanées facilite manifestement les calculs numériques.

Nous nous sommes aussi proposé de dégager de ces calculs une méthode destinée à faciliter la solution des autres cas de diffraction par des réseaux (incidence oblique, forme des sillons quelconque). Une extension à des cas généraux n'est pas toujours le résultat des solutions des problèmes de diffraction électromagnétiques donnés. Malheureusement, ces solutions gardent souvent un caractère assez particulier au problème étudié ([37] p. 250, [38, 39]). C'est ainsi que le passage du calcul de la diffraction par un bord d'écran à celui de la diffraction par les deux bords d'une fente constitue, en fait, le passage à un nouveau problème, les deux ayant été traités par Sommerfeld ([37] p. 249 et 273, [41]). Il était donc raisonnable, dans notre cas, de considérer d'abord le cas fondamental du réseau de phase sinusoïdal en incidence normale.

En effet, ainsi que nous le montrons au chapitre II, la méthode de calcul que nous avons établie pour obtenir la solution rigoureuse du cas particulier de l'incidence normale nous a directement servi pour obtenir la *solution rigoureuse du cas général de la diffraction des ondes planes électromagnétiques par un réseau sinusoïdal parfaitement conducteur pour une incidence quelconque*. Nous donnons la solution du cas général au chapitre II et la solution du cas fondamental de l'incidence normale au chapitre I. Nous avons, bien entendu, rencontré les difficultés bien connues associées à la solution rigoureuse des problèmes de diffraction électromagnétiques. Ces difficultés d'ordre mathématique sont suffisamment grandes pour que seul un petit nombre de solutions de tels problèmes ait été obtenu [39] depuis le premier travail de Sommerfeld sur la diffraction par le bord d'un écran effectué en 1896.

Avant de procéder à l'examen de quelques résultats importants de notre calcul

de diffraction rigoureux, il convient de le situer par rapport aux nombreux calculs *approximatifs* concernant les réseaux, qui ont été effectués dans le passé. D'un côté, nous trouvons les méthodes basées sur l'approximation des ondes scalaires dont nous avons parlé plus haut [1, 36]. Ces méthodes ne partent pas d'une mise en équation correcte du problème physique ; toutefois, dans le cas des réseaux bien directifs (réseaux échelottes et échelles) elles semblent donner des résultats d'autant plus utilisables (dans le voisinage des angles de « blaze ») que les constantes d'espacement et les dimensions des facettes des sillons sont grandes par rapport à la longueur d'onde et que les effets de polarisation deviennent moins importants.

De l'autre côté, celui des calculs d'un caractère électromagnétique, on peut citer deux méthodes d'approximation principales. L'une de ces méthodes — bien connue et développée par Lord Rayleigh [9] — consiste à bien poser le problème physique, avec des conditions aux limites appropriées, mais, ensuite, à procéder dès le départ des calculs à des développements en série limités ; ceci n'est possible, bien entendu, que dans certaines conditions physiques particulières et souvent arbitraires, choisies pour la commodité des calculs (profondeur des sillons petite par rapport à la longueur d'onde ou bien espacement petit ou grand par rapport à la longueur d'onde). La deuxième méthode d'approximation de caractère électromagnétique est elle-même basée sur une *hypothèse d'approximation* appelée hypothèse de « l'optique physique » ([42], [40] p. 34, [5]) qui, toutefois, est différente de celle sur laquelle est basée la théorie scalaire. Dans ce sens, il est intéressant d'en examiner le domaine d'application possible. L'hypothèse de « l'optique physique » consiste à admettre que la densité du courant induit sur la surface du réseau par le champ total (incident et diffracté) correspond simplement à deux fois la densité du courant induit par le champ incident seul ; on cherche, ensuite, à calculer le champ diffracté au moyen des potentiels vecteurs [5]. Il est bien entendu que la validité de cette hypothèse (qui est vraie dans le cas des miroirs plans parfaitement conducteurs) est douteuse dans le cas des réseaux, même dans les conditions très particulières pour lesquelles elle est admise (profondeur des sillons très petite par rapport à la longueur d'onde) et qui ne correspondent guère à la réalité des réseaux optiques. D'ailleurs, les calculs qui en résultent ne sont pas simples. Cette hypothèse (pas plus que les hypothèses sur lesquelles est fondée la théorie scalaire) ne peut pas conduire à une solution rigoureuse du problème de diffraction. On conclut de l'examen des méthodes d'approximation de caractère électromagnétique qu'elles ont une valeur strictement limitée, ne se prêtant pas à une extension à des cas généraux, ni à la prévision de faits nouveaux en dehors de leurs limites. Les deux méthodes d'approximation de caractère électromagnétique que nous venons de citer ont toutes les deux été utilisées [9, 5], à l'intérieur des limites citées (la dernière dans le cas de l'incidence normale et la polarisation $\vec{H}$ seulement) pour des essais de calcul du champ diffracté pour lequel nous donnons les solutions rigoureuses aux chapitres I et II. Nous rappelons que nos solutions ne présentent aucune restriction sur l'espacement ni la profondeur des sillons, ni aucune autre approximation.

Notons que les solutions rigoureuses, que nous donnons aux chapitres I et II

pour la polarisation $\vec{E}_{\parallel}$ aussi bien que pour la polarisation $\vec{H}_{\parallel}$, présentent une apparence scalaire (dans une certaine portion des calculs) qu'il ne faut pas confondre avec des approximations scalaires du problème électromagnétique. L'apparence scalaire, dans une part des calculs, résulte du fait que l'on se trouve en présence d'une structure dont la surface est indépendante de l'une des coordonnées rectangulaires (z) et qu'il est possible d'étudier séparément la diffraction des ondes planes polarisées $\vec{H}_{\parallel}$ ou $\vec{E}_{\parallel}$ (telles que leur champ incident (H_z^i ou E_z^i) soit, lui, indépendant des deux autres coordonnées (x et y)). Dans ces conditions (que l'on appelle « à deux dimensions » [39]) le champ *total* magnétique ou électrique n'a qu'une seule composante (H_z ou E_z) et les autres composantes, respectivement E_x et E_y , ou H_x et H_y se deduisent de H_z ou E_z par simple dérivation spatiale (cas des ondes harmoniques), ce qui résulte précisément du caractère vectoriel de la lumière qui se retrouve ici.

Revenons, enfin, à l'examen des résultats de notre calcul de la diffraction de la lumière par des réseaux à profil sinusoïdal. En premier lieu, les solutions que nous donnons permettent d'obtenir, avec toute la précision numérique souhaitée, les amplitudes des ondes de différents ordres qui forment le champ diffracté (ondes planes rayonnées dans des directions réelles et ondes évanescentes). C'est la recherche de ces amplitudes sans approximations dans les calculs qui a formé le premier but de ce travail ; ce but a été atteint.

Un des résultats importants de ce calcul est la prévision de deux faits remarquables concernant les ondes évanescentes. On calcule, d'une part, qu'une *fraction finie de l'énergie* incidente sera *emportée par les ondes évanescentes* (et ne sera donc pas rayonnée dans les ordres diffractés réels). D'autre part, on calcule que ces ondes évanescentes pourront donner lieu à des *champs d'interférences stationnaires* réels mesurables près de la surface du réseau.

Les ondes évanescentes, nous le rappelons, sont des ondes diffractées correspondant à des angles de diffraction imaginaires [8, 43] : elles se propagent dans une direction x parallèle à la surface moyenne du réseau (de profil $y = a \cos Kx$) et elles sont atténuées d'une manière exponentielle dans une direction y perpendiculaire au réseau.

On calcule facilement que le vecteur de Poynting complexe ([44] p. 135, [45], [46] p. 33), qui correspond à ces ondes, a une partie réelle et que ces ondes doivent, par conséquent, effectivement emporter dans la direction de l'axe des x une fraction finie (et calculable) de l'énergie incidente. On est donc aussi conduit à conclure que l'énergie qui se propage ainsi dans la direction des x devra être rayonnée par les deux extrémités du réseau parallèles à la longueur des sillons (axe des z , cas des réseaux rectangulaires). Le calcul permet également de prévoir que ces ondes évanescentes pourront interférer et produire, près de la surface du réseau, des champs d'interférences stationnaires, réels et mesurables. Les périodes prévues pour ce champ d'interférences stationnaire (par exemple dans le cas de l'incidence normale) sont des sous-multiples entiers de la période du réseau, les sous-multiples correspondant à l'ordre des ondes évanescentes. Ainsi, si l'onde d'ordre 4 est déjà évanescente, elle aura la période du réseau. L'onde d'ordre 2 aura une période égale à la moitié de celle du réseau et ainsi de suite. Des expériences effectuées dans le domaine des ondes centimétriques avec un réseau

PLANCHE XI

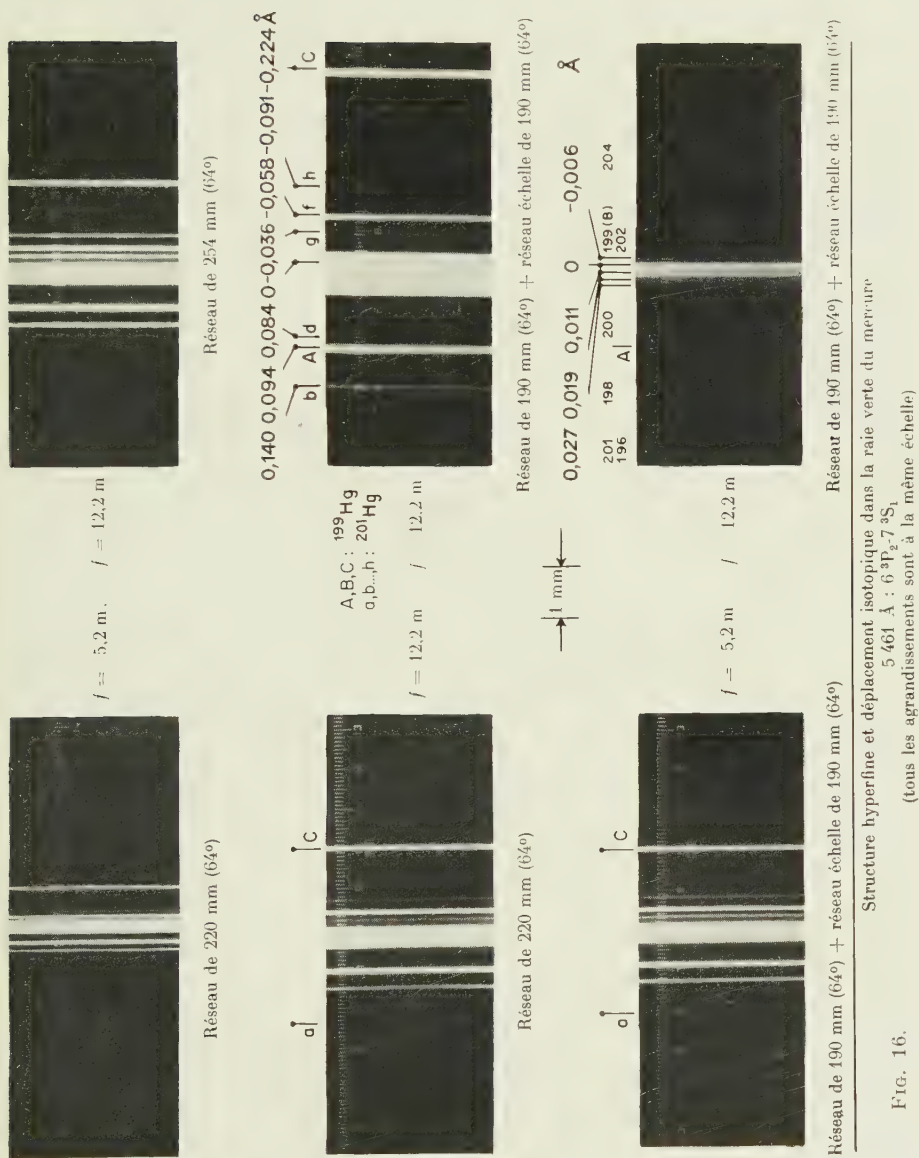


Fig. 16.

PLANCHE XII

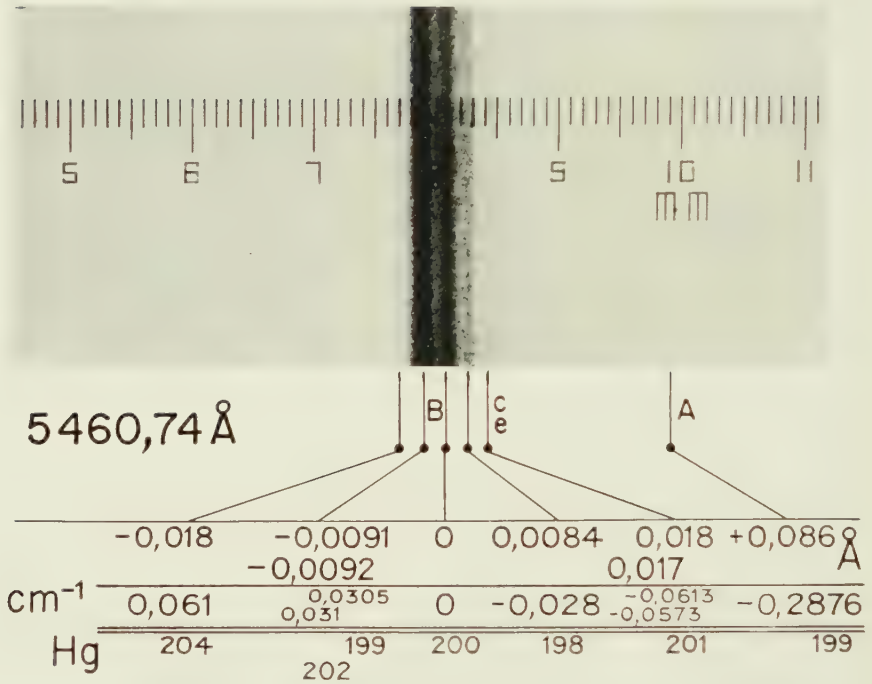


Fig. 17

sinusoïdal dont la constante était légèrement inférieure à la longueur d'onde, de façon que les deux premiers ordres de diffraction ($+1$ et -1) soient déjà évanescents, ont pleinement confirmé ces prévisions qui n'avaient pas été suggérées jusqu'ici. Ce résultat sert aussi à illustrer l'importance des ondes évanescentes dans la satisfaction des conditions aux limites ; en effet, celles-ci doivent être satisfaites par l'ensemble du champ, c'est-à-dire par l'amplitude qui résulte de la somme des amplitudes complexes de toutes les ondes progressives diffractées (ondes réelles et évanescentes) ainsi que de l'amplitude de l'onde progressive incidente. Alors que le nombre des ondes diffractées réelles est strictement limité pour un réseau donné par le rapport de la constante d'espacement du réseau à la longueur d'onde, celui des ondes évanescentes est infini ; des calculs approximatifs ne doivent pas être effectués en supposant leur contribution négligeable ; en effet, avant d'avoir obtenu les solutions du problème de diffraction que nous donnons aux chapitres I et II, leur importance est inconnue a priori. En fait, pour le réseau sinusoïdal en question (amplitude du profil de l'ordre de $\lambda/6$) les amplitudes complexes du champ magnétique pour les deux premières ondes évanescents, dans le cas de l'incidence normale, ont des modules du même ordre de grandeur dans le cas de $\vec{H}_{||}$, alors que dans le cas de $\vec{E}_{||}$, le module du champ électrique de la deuxième onde évanescence est petit par rapport au module de la première onde évanescence. (Les amplitudes du champ électrique dans le cas de $\vec{H}_{||}$ sont proportionnelles à celles du champ magnétique et vice-versa dans le cas de $\vec{E}_{||}$.)

On prévoit ainsi facilement, d'après les solutions des problèmes de diffraction que nous donnons aux chapitres I à III, que des effets de polarisation doivent résulter de la diffraction dans le cas d'une onde incidente non polarisée ; ces effets sont calculables dans chaque cas donné. On prévoit aussi, et l'on peut calculer, que les distributions des intensités entre les ordres vont dépendre des conditions aux limites particulières à un réseau donné, des conditions d'incidence et, bien entendu, de la longueur d'onde, ainsi que de la polarisation. Des possibilités d'« anomalies » dans la répartition des intensités apparaissent clairement dans les solutions du problème de diffraction que nous donnons aux chapitres I et II. En fait, de tels effets de polarisation et des anomalies dans les distributions des intensités ont été observés [36, 47].

Enfin, bien que les calculs numériques des solutions rigoureuses ne présentent aucune difficulté, on prévoit la possibilité d'utiliser les résultats de solutions, telles que celles que nous donnons, pour une évaluation (plus précise que celles possibles jusqu'ici) des conditions dans lesquelles les méthodes d'approximation, scalaires ou électromagnétiques, pourront donner des résultats acceptables, dans les cas où il est commode de se servir de ces méthodes. En particulier, les solutions rigoureuses permettent de dégager certains cas particuliers importants (tels que celui en marches d'escalier cité plus haut et correspondant à un réseau bien directif dans l'angle de « blaze ») pour lesquels la répartition des intensités est très différente de celle prévue par la théorie scalaire, bien que celle-ci semblerait être applicable dans de telles conditions.

I. Solution du problème de la diffraction par un réseau à profil sinusoïdal parfaitement conducteur (cas de l'incidence normale)

1. Equations de Maxwell, conditions aux limites, solution des problèmes de diffractions — Nous utiliserons les équations de Maxwell sous la forme

$$(1) \quad \nabla \wedge \vec{\tilde{E}} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2) \quad \nabla \wedge \vec{\tilde{H}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

qui s'appliquent au champ *total*. Pour une onde harmonique (monochromatique) on a

$$\begin{aligned} \vec{\tilde{E}} &= \vec{E} e^{-i\omega t}, & \vec{\tilde{D}} &= \varepsilon \vec{E} e^{-i\omega t}, \\ \vec{\tilde{H}} &= \vec{H} e^{-i\omega t}, & \vec{\tilde{B}} &= \mu \vec{H} e^{-i\omega t}. \end{aligned}$$

avec, pour le vide, $\varepsilon = \varepsilon_0$ et $\mu = \mu_0$.

On obtient, pour le cas des ondes monochromatiques, les équations suivantes

$$(3) \quad \nabla \wedge \vec{E} = i\omega\mu\vec{H}, \quad (4) \quad \nabla \wedge \vec{H} = -i\omega\varepsilon\vec{E}.$$

Pour le cas de la propagation d'une onde plane dans la direction $-y$ on a

$$\exp[-i(\omega t + ky)] = \exp(-i\omega t) \exp(-iky).$$

Conditions aux limites pour le champ $\vec{E}$. — On a

$$\nabla \wedge \vec{H} = \vec{\tilde{D}} + \vec{\tilde{J}},$$

$\vec{\tilde{J}} = \sigma \vec{E} \exp(-i\omega t)$ étant la densité de courant de surface. Dans le cas des ondes monochromatiques, on obtient

$$\nabla \wedge \vec{H} = (\sigma - i\omega\varepsilon)\vec{E} \quad \text{et} \quad \vec{E} = \frac{1}{\sigma - i\omega\varepsilon} \nabla \wedge \vec{H}.$$

De même,

$$\nabla \wedge \vec{E} = i\omega\mu\vec{H} \quad \text{et} \quad \vec{H} = \frac{1}{i\omega\mu} \nabla \wedge \vec{E}.$$

Pour un conducteur parfait, $\sigma \rightarrow \infty$, donc $E \rightarrow 0$ et $H \rightarrow 0$ à l'intérieur du conducteur. Il en résulte, d'après la condition $\vec{n} \wedge (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$ bien connue qui s'applique à la surface de séparation de deux milieux, l'équation

$$(5) \quad \vec{n} \wedge \vec{E}_2 = \vec{n} \wedge \vec{E}_1 = 0,$$

$\vec{E}_2$ et $\vec{E}_1$ étant les champs dans les deux milieux et $\vec{n}$ la normale à la surface de séparation. On en conclut que la composante tangentielle du champ électrique total est nulle sur la surface d'un conducteur parfait :

$$(6) \quad \boxed{\vec{E}_{\text{tangential}} = 0} \quad \text{sur la surface du conducteur.}$$

Conditions aux limites pour le champ $\vec{H}$. — Examinons d'abord le cas particulier des surfaces qui sont des fonctions de deux coordonnées seulement, comme c'est le cas des réseaux que nous étudions dans ce travail.

Soit une onde plane polarisée H_z^i se propageant dans la direction $-y$ et incidente (dans le vide, milieu 1) sur une surface parfaitement conductrice (milieu 2) dont l'équation $y = f(x)$ est indépendante de z . Soit H_z^i parallèle à z . Par symétrie, le champ diffracté par la surface n'aura, lui aussi, qu'une seule composante magnétique H_z^d . Appelons $H_z = H_z^i + H_z^d$ le champ magnétique total dans le milieu 1. On a, pour le champ total dans le milieu 1,

$$\nabla \wedge \vec{H} = -i\omega\epsilon\vec{E}$$

et sur la surface

$$\vec{n} \wedge \nabla \wedge \vec{H} = -i\omega\epsilon\vec{n} \wedge \vec{E} = 0$$

d'après l'équation (5). En développant $\vec{n} \wedge \nabla \wedge \vec{H}$ et en notant que $H_x = H_y = 0$ et que $n_z = 0$, on obtient l'équation

$$(7) \quad n_x \frac{\partial H_z}{\partial x} + n_y \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0$$

qui s'applique au champ total.

Mais

$$\frac{\partial H_z}{\partial n} = \vec{n} \cdot \nabla H_z = n_x \frac{\partial H_z}{\partial x} + n_y \frac{\partial H_z}{\partial y} + n_z \frac{\partial H_z}{\partial z},$$

ce qui donne

$$(8) \quad \boxed{\partial H_z / \partial n = 0}.$$

Nous avons donc établi que la dérivée normale d'une composante du champ magnétique total est nulle sur la surface d'un conducteur parfait si la surface est indépendante de la coordonnée à laquelle la composante du champ magnétique incident est parallèle.

L'étude de la condition aux limites pour le cas général ([44] p. 484) permet d'établir que toutes les dérivées normales des composantes covariantes du champ magnétique qui sont tangentes à la surface d'un conducteur parfait s'annulent sur cette surface, quelle que soit l'équation de la surface, pourvu que cette surface coïncide avec la surface des coordonnées dans un système orthogonal de coordonnées curvilignes.

Les deux conditions aux limites (6) et (8) résultent des équations de Maxwell ; elles sont nécessaires et suffisantes pour la solution des problèmes de diffraction par un conducteur parfait. En fait, il suffit de résoudre le problème de diffraction

pour l'un ou l'autre des vecteurs $\vec{E}$ ou $\vec{H}$ au moyen de l'une ou de l'autre des conditions aux limites respectivement; l'autre vecteur se déduit du premier par les équations de Maxwell. Nous étudions le cas des ondes monochromatiques.

Soient E^i , H^i les vecteurs du champ électromagnétique incident.

Solution pour $\vec{E}$. — On cherche le champ diffracté $\vec{E}^d$ tel que la composante tangentielle du champ total,

$$\vec{E} = \vec{E}^i + \vec{E}^d,$$

soit nulle sur la surface du réseau.

Le champ diffracté $\vec{H}^d$ se déduit de $\vec{E}^d$ au moyen de l'équation

$$(10) \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = i\omega\mu\vec{H}$$

appliquée au champ total, ce qui donne

$$(11) \quad \vec{H}^d = \vec{H} - \vec{H}^i.$$

Solution pour $\vec{H}$. — On cherche le champ diffracté $\vec{H}^d$ tel que les dérivées normales des composantes covariantes du champ magnétique total tangentes à la surface s'annulent sur la surface (définie comme plus haut). Dans le cas d'une onde incidente H_z^i et d'une surface $y = f(x)$ indépendante de z , on a, lorsque $H_x = H_y = 0$,

$$(12) \quad \partial H_z / \partial n = 0,$$

où H_z est la composante du champ magnétique total $\vec{H} = \vec{H}^i + \vec{H}^d$. Le champ $\vec{E}^d$ se déduit de $\vec{H}^d$ au moyen de l'équation

$$(13) \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -i\omega\varepsilon\vec{E}$$

appliquée au champ total, ce qui donne

$$\vec{E}^d = \vec{E} - \vec{E}^i.$$

Le choix de l'une ou de l'autre des méthodes de solution est gouverné, en particulier, par des considérations de géométrie et de symétrie, ainsi que nous allons le voir.

2. Cas de $\vec{E}$ polarisé parallèlement aux sillons ($E_{\text{tangentielle}} = 0$ sur la surface du réseau). — Soit le réseau

$$(14) \quad y = a \cos Kx$$

représenté par la figure 18, avec la période du réseau $d = 2\pi/K$ et l'amplitude égale à a .

Soit une onde monochromatique plane se propageant dans la direction $-y$

et incidente normalement sur le réseau. Les composantes spatiales du champ incident sont

$$(0, 0, E_z^i) \quad \text{et} \quad (H_x^i, 0, 0)$$

telles que

$$(15) \quad E_z^i = \exp(-iky) \quad \text{et} \quad H_x^i = -Y \exp(-iky)$$

avec

$$E_x^i = E_y^i = 0, \quad H_y^i = H_z^i = 0.$$

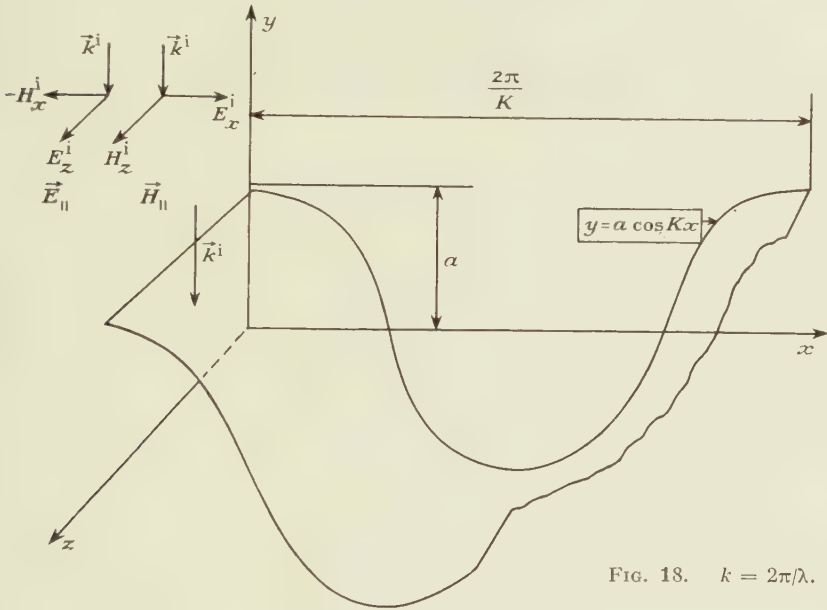


FIG. 18. $k = 2\pi/\lambda$.

Nous avons, en tenant compte du temps,

$$(16) \quad \begin{cases} \tilde{E}_z^i = \exp(-iky) \exp(-i\omega t) = E_z^i \exp(-i\omega t) \\ \tilde{H}_x^i = -Y \exp(-iky) \exp(-i\omega t) = H_x^i \exp(-i\omega t) \end{cases},$$

avec $Y = 1/Z =$ admittance de l'espace libre et $k = 2\pi/\lambda$. La condition aux limites à satisfaire sur la surface du réseau est

$$(17) \quad \vec{n} \wedge \vec{E} = \vec{n} \wedge \vec{E}^i + \vec{n} \wedge \vec{E}^d = 0 \quad (\text{pour } y = a \cos Kx).$$

Soit E^d, H^d le champ diffracté. A cause de la symétrie du problème, l'équation (17) donne manifestement

$$(18) \quad \boxed{E_z^d = -E_z^i} \quad (\text{pour } y = a \cos Kx)$$

sur la surface du réseau. Il en résulte que le champ électrique diffracté sera de la forme

$$(19) \quad E^d = (0, 0, E_z^d) \exp -(\mathbf{i} \omega t).$$

Il est justifié ([8], [59], [46] p. 598) d'admettre que le champ diffracté est formé par un spectre d'ondes planes correspondant à des angles (réels et imaginaires) déterminés par l'équation du réseau

$$(20) \quad \sin \theta_1 + \sin \theta_m = m\lambda/d = mK/k$$

valable pour le plan Oxy , où θ_1 et θ_m sont les angles d'incidence et de « diffraction » mesurés positivement du même côté de la direction y (dans le plan Oxy). m est un entier pouvant prendre toutes les valeurs entre $-\infty$ et $+\infty$.

On a donc

$$(21) \quad E_z^d = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_m \exp [\mathbf{i} k (x \sin \theta_m + y \cos \theta_m)],$$

où B_m est l'amplitude de l'onde diffractée $[E_z^d]_m$ d'ordre m . Ce sont les coefficients B_m de chaque ordre m que nous cherchons à déterminer en fonction de l'ordre m , de la période $2\pi/K$ et de l'amplitude a du réseau, ainsi que de la longueur d'onde λ .

Notons d'abord que la loi du réseau donne, pour $\theta_1 = 0$,

$$(22) \quad \sin \theta_m = mK/k$$

et

$$(23) \quad k \cos \theta_m = \pm \sqrt{k^2 - (mK)^2}.$$

D'après la condition de rayonnement à l'infini ([37] p. 250) nous choisissons le signe $+$:

$$(24) \quad k \cos \theta_m = + \sqrt{k^2 - (mK)^2}.$$

Les équations (16) et (18) donnent, avec l'équation (21),

$$(25) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \{ B_m \exp [\mathbf{i} k (x \sin \theta_m + y \cos \theta_m)] \} + \exp (-\mathbf{i} k y) = 0.$$

En utilisant les équations (22) et (24), en notant que $y = a \cos Kx$ et en multipliant par $\exp(-\mathbf{i} k a \cos Kx)$, l'équation (25) donne

$$(26) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_m \exp \{ \mathbf{i} [m K x + (\sqrt{k^2 - (mK)^2} + k) a \cos Kx] \} \equiv -1.$$

On constate que lorsque m est changé en $-m$ et x en $-x$, l'équation (26) reste inchangée si $B_{-m} \equiv B_m$. Nous avons donc

$$(27)$$

$$B_{-m} = B_m$$

ainsi que l'on pourrait s'y attendre à cause de la symétrie du problème en incidence normale.

Revenons à l'équation (25). Notons d'abord qu'avec les équations (22) et (24), l'équation (21) donne

$$(21a) \quad E_z^d = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_m \exp \{ i [mKx + y \sqrt{k^2 - (mK)^2}] \}.$$

Pour la brièveté de l'écriture nous continuons à écrire $k \cos \theta_m$ à la place de $\sqrt{k^2 - (mK)^2}$. En utilisant les équations (21a) et (14), l'équation (25) donne

$$(28) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [B_m \exp(i m K x) \exp(i k a \cos \theta_m \cos K x)] + \exp(-i k a \cos K x) = 0.$$

Mais, d'après les fonctions génératrices des fonctions de Bessel, nous avons

$$(29) \quad \exp(i k a \cos \theta_m \cos K x) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} i^p J_p(k a \cos \theta_m) \exp(i p K x)$$

et

$$(30) \quad \exp(-i k a \cos K x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(k a) \exp(i n K x),$$

n et p étant des entiers.

En posant

$$(31) \quad d_n = (-i)^n J_n(k a)$$

et

$$(32) \quad b_{pm} = i^p J_p(k a \cos \theta_m) \quad m (= n - p),$$

d_n et b_{pm} étant des constantes pour des valeurs de m , p et n données, nous avons, d'après l'équation (28),

$$(33) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[B_m \exp(i m K x) \sum_{p=-\infty}^{+\infty} b_{pm} \exp(i p K x) \right] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} -d_n \exp(i n K x)$$

ou encore

$$(34) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} B_m b_{pm} \exp(i m K x) \exp(i p K x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} -d_n \exp(i n K x).$$

Soit

$$(35) \quad m + p = n \quad \text{ou} \quad m = n - p;$$

on a

$$(36) \quad \sum_{n-p=-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{p=-\infty}^{+\infty} B_{(n-p)} b_{p,(n-p)} \right] \exp(i n K x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} -d_n \exp(i n K x).$$

Pour que l'équation (36) puisse être satisfaite, il faut que les différents coefficients de $\exp(\ln Kx)$ s'annulent séparément.

On a donc

$$(37) \quad \boxed{-d_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} [B_{(n-p)}][b_{p,(n-p)}]}.$$

Les équations (37) déterminent les coefficients B_m , $B_{(n-p)}$ d'une manière unique, en fonction des paramètres qui caractérisent le réseau et de la longueur d'onde avec la condition que le déterminant des coefficients de $B_{(n-p)}$ doit être différent de zéro pour ce système d'une infinité d'équations à une infinité d'inconnues. Nous notons immédiatement qu'une loi de conservation d'énergie doit être satisfaite par l'ensemble du champ; nous avons ainsi

$$(38) \quad 1 = B_0 B_0^* + \sum_{m \text{ (ordres réels)}} B_m B_m^* \cos \theta_m + \\ + \sum_{m \text{ (ordres évanescents)}} \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{mK}{k} B_m B_m^* \exp \left[-2y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right] dy$$

si l'énergie incidente par unité de largeur z est égale à 1 et si $B_0 B_0^*$, $B_m B_m^*$ représentent les énergies diffractées par unité de surface dans les ordres réels, celle d'un ordre évanescant étant donnée par la partie réelle du vecteur de Poynting complexe ([44] p. 135, [45], [46] p. 33) :

$$(39) \quad \tilde{P}_x = \frac{1}{2} \frac{mK}{k} B_m B_m^* \exp \left[-2y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right].$$

En effet, ainsi que nous l'établissons ci-dessous, les ondes évanescents emportent effectivement de l'énergie réelle le long de la surface du réseau (dans la direction de l'axe des x , plus précisément). Ceci ressort de la solution complète pour les deux vecteurs $\vec{E}^d$ et $\vec{H}^d$ qui caractérisent le champ diffracté dans le cas de la polarisation $\vec{E}_\parallel$. Nous notons, en effet, que l'équation (37) a été obtenue sans aucune hypothèse simplificatrice; au moyen des équations (21), (19) et (10), elle suffit pour déterminer complètement le champ diffracté (vecteurs $\vec{E}^d$ et $\vec{H}^d$). Il ne nous reste qu'à déterminer $\vec{H}^d$, ce qui est immédiat.

En effet, en notant que, d'après les équations (15) et (19), le champ électrique total n'a qu'une seule composante E_z , nous obtenons, en appliquant l'équation (10) au champ total, les équations

$$(40a) \quad H_x = \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y},$$

$$(40b) \quad H_y = -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x},$$

qui donnent les composantes du champ magnétique total. D'après l'équation (15), on a aussi

$$(41a) \quad H_x = H_x^i + H_x^d = -Y \exp(-iky) + H_x^d = \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y},$$

$$(41b) \quad H_y = H_y^i + H_y^d = 0 + H_y^d = -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x},$$

où H_x^d et H_y^d sont les composantes du champ magnétique diffracté. En notant que

$$(42) \quad E_z = E_z^i + E_z^d,$$

que $k = \omega/c$ et que $k/\omega\mu = \sqrt{\varepsilon/\mu} = Y$, on obtient finalement pour le champ diffracté dans ce cas $E_{||}$:

$$(19) \quad E_x^d = E_y^d = 0$$

$$(21a) \quad E_z^d = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_m \exp[imKx + iy\sqrt{k^2 - (mK)^2}]$$

$$(43) \quad H_x^d = Y \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{k^2 - (mK)^2}}{k} B_m \exp[imKx + iy\sqrt{k^2 - (mK)^2}]$$

$$(44) \quad H_y^d = -Y \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{mK}{k} B_m \exp[imKx + iy\sqrt{k^2 - (mK)^2}]$$

$$(44a) \quad H_z^d = 0$$

les coefficients B_m étant déterminés par les équations (31), (32), (37) et (38), en notant que

$$(32a) \quad b_{p,(n-p)} = b_{p,m} = i^p J_p \left\{ ka \sqrt{1 - \left[\frac{(n-p)K}{k} \right]^2} \right\},$$

avec

$$(35) \quad m = n - p.$$

Notons que pour un ordre m réel donné, nous obtenons, d'après les équations (19), (43), (44) et en utilisant les équations (22) et (24), les équations

$$(45) \quad [E_z^d]_m = B_m \exp[imKx + iy\sqrt{k^2 - (mK)^2}]$$

$$(46) \quad [H_x^d]_m = Y \cos \theta_m [E_z^d]_m$$

$$(47) \quad [H_y^d]_m = -Y \sin \theta_m [E_z^d]_m$$

$$(48) \quad [E_x^d = E_y^d = H_z^d]_m = 0$$

En appelant $[\vec{E}^d]_m$ et $[\vec{H}^d]_m$ les deux vecteurs qui caractérisent le champ diffracté pour une onde diffractée réelle, on constate, d'après les équations (45) à (48), que $[\vec{E}^d]_m$ et $[\vec{H}^d]_m$ forment bien un système orthogonal avec un vecteur $\vec{k}_m$ dirigé dans la direction θ_m . En introduisant de nouveau le facteur $\exp(-i\omega t)$, ces équations montrent ainsi que l'onde diffractée réelle d'ordre m est bien une onde plane avec le vecteur de propagation égal à $\vec{k}_m$.

Pour une onde évanescente, $|m| > k/K$ et le champ diffracté correspondant est (en appelant $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ les vecteurs unitaires du système $Oxyz$)

$$(49) \quad \begin{aligned} \vec{E}^d &= \vec{k} B_m \exp \left[-y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right] \exp (imKx), \\ \vec{H}^d &= \vec{i} \left\{ Y \frac{i \sqrt{(mK)^2 - k^2}}{k} B_m \exp \left[-y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right] \exp (imKx) \right\} + \\ &\quad + \vec{j} \left\{ -Y \frac{mK}{k} B_m \exp \left[-y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right] \exp (imKx) \right\}. \end{aligned}$$

La densité moyenne du flux est donnée ([44] p. 135, [45], [46] p. 33) par

$$(50a) \quad \tilde{P} = \text{Re } \vec{P}^* \quad \text{watts/m}^2 \text{ (MKS)},$$

où

$$(50b) \quad \vec{P}^* = \frac{1}{2} (\vec{E}^d) \wedge (\vec{H}^d)^*$$

est le vecteur de Poynting complexe, $(\vec{H}^d)^*$ étant le conjugué complexe de $\vec{H}^d$. Avec l'équation (49) on obtient donc

$$(51a) \quad \vec{P}^* = \left\{ \frac{1}{2} \vec{i} \left[B_m B_m^* Y^* \frac{mK}{k} \right] + \frac{1}{2} \vec{j} \left[-i B_m B_m^* Y^* \frac{\sqrt{(mK)^2 - k^2}}{k} \right] \right\} \times \exp \left[-2y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right],$$

ce qui donne pour la densité moyenne de flux dans une onde évanescence d'ordre m la fonction

$$(51b) \quad \tilde{P} = \frac{1}{2} \vec{i} \frac{mK}{k} B_m B_m^* Y^* \exp \left[-2y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right].$$

Avec Y réel, Y^* est réel, mK/k est réel et l'équation (51b) montre que les ondes évanescences emportent effectivement de l'énergie réelle dans la direction de l'axe des x (parallèlement à la surface moyenne du réseau). Comme l'amplitude B_m , la densité d'énergie est atténuée exponentiellement dans la direction y normale à la surface moyenne du réseau. Les équations (39) et (38) résultent immédiatement de l'équation (51b). Nous reviendrons sur d'autres propriétés des ondes évanescences dans le paragraphe I.5.

Ceci complète la partie de la solution du problème de la diffraction d'une onde

monochromatique progressive plane en incidence normale sur un réseau sinusoidal parfaitement conducteur dans le cas de la polarisation $\vec{E}_{\parallel}$ (vecteur *électrique* incident parallèle à z , suivant la longueur des sillons du réseau dont l'équation est $y = a \cos Kx$). L'autre partie de la solution, correspondant à la polarisation $\vec{H}_{\parallel}$, va maintenant être établie.

3. **Cas de $\vec{H}$ polarisé parallèlement aux sillons** ($\partial H_z / \partial n = 0$ sur la surface du réseau). — Les composantes spatiales de l'onde incidente qui se propage dans la direction $-y$ sont ici

$$(52) \quad (E_x^i, 0, 0) \quad \text{et} \quad (0, 0, H_z^i),$$

telles que

$$(53) \quad \tilde{E}_x^i = \exp(-iky) \exp(-i\omega t), \quad \tilde{H}_z^i = Y \exp(-iky) \exp(-i\omega t),$$

où la composante spatiale est

$$(53a) \quad H_z^i = Y \exp(-iky).$$

La condition aux limites à satisfaire est

$$(54) \quad \partial H_z / \partial n = 0 \quad \text{pour} \quad y = a \cos Kx,$$

où

$$(55) \quad H_z = H_z^i + H_z^d$$

est la composante du champ magnétique total. A cause de la symétrie du problème, on a

$$(56) \quad \boxed{H_z^d = H_z^i}$$

sur la surface du réseau. Il en résulte que le champ diffracté H^d sera de la forme

$$(57) \quad \tilde{H}^d = (0, 0, H_z^d) \exp(-i\omega t).$$

L'équation (54) donne

$$(58) \quad \partial H_z / \partial n = \vec{n} \cdot \nabla H_z = 0,$$

où $\vec{n}$ est la normale à la surface du réseau $y = a \cos Kx$. Etant donné que dans le plan Oxy

$$(59) \quad \vec{n} = -\frac{dy}{dx} \frac{1}{[1 + (dy/dx)^2]^{1/2}} \vec{i} + \frac{1}{[1 + (dy/dx)^2]^{1/2}} \vec{j},$$

où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires le long de Ox et Oy , on a ici

$$(60) \quad \vec{n} = \frac{aK \sin Kx}{[1 + (aK \sin Kx)^2]^{1/2}} \vec{i} + \frac{1}{[1 + (aK \sin Kx)^2]^{1/2}} \vec{j},$$

c'est-à-dire

$$\vec{n} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j}.$$

Comme dans le paragraphe 1.2, nous décomposons le champ diffracté en un spectre d'ondes planes correspondant à des angles (réels ou imaginaires) donnés par l'équation du réseau, à savoir par les équations (22) et (24) dans le présent cas.

On a donc

$$(61) \quad H_z^d = Y \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m \exp [ik(x \sin \theta_m + y \cos \theta_m)],$$

c'est-à-dire

$$(61a) \quad H_z^d = Y \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m \exp \left\{ i \left[mKx + y \sqrt{k^2 - (mK)^2} \right] \right\},$$

où A_m est l'amplitude de l'onde diffractée $|H_z^d|_m$ d'ordre m . Ce sont encore les coefficients A_m de chaque ordre m que nous cherchons à déterminer en fonction de l'ordre m , de la période $2\pi/K$ et de l'amplitude a du réseau, ainsi que de la longueur d'onde.

D'après les équations (55), (53) et (61), nous avons

$$(62) \quad H_z = Y \exp(-iky) + Y \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m \exp(ikx \sin \theta_m) \exp(iky \cos \theta_m),$$

où nous gardons encore $\cos \theta_m$ et $\sin \theta_m$ pour la brièveté de l'écriture, leurs valeurs étant données par les équations (24) et (22). D'après les équations (58) et (60), on a sur la surface du réseau

$$(63) \quad \frac{\partial H_z}{\partial n} = \frac{\partial H_z}{\partial x} n_x + \frac{\partial H_z}{\partial y} n_y.$$

En effectuant la dérivation, en utilisant (34), en divisant par Y , en notant que $y = a \cos Kx$ sur la surface du réseau et en simplifiant, l'équation (63) donne

$$(64) \quad -k \exp(-ika \cos Kx) + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [A_m(aK \sin Kx \sin \theta_m + k \cos \theta_m) \times \\ \times \exp(ikx \sin \theta_m) \exp(ika \cos Kx \cos \theta_m)] = 0.$$

Avec l'équation (22) cette équation donne, après réarrangement des termes,

$$(65) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m(maK^2 \sin Kx + k \cos \theta_m) \exp(imKx) \exp(ika \cos \theta_m \cos Kx) - \\ - k \exp(-ika \cos Kx) = 0.$$

En notant que

$$(30) \quad \exp(-ika \cos Kx) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(ka) \exp(inKx) \equiv [\sum_2]$$

et que

$$(29) \quad \exp(ika \cos \theta_m \cos Kx) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} i^p J_p(ka \cos \theta_m) \exp(ipKx) \equiv [\sum_1],$$

l'équation (65) donne

$$(66) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ [A_m m a K^2 \sin Kx + \right. \\ \left. + A_m k \cos \theta_m] \exp(i m K x) \sum_{p=-\infty}^{+\infty} i^p J_p(k a \cos \theta_m) \exp(i p K x) \right\} - \\ - k \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(k a) \exp(i n K x) = 0 .$$

Avec

$$(67) \quad \sin Kx = \frac{1}{2i} \exp(i K x) - \frac{1}{2i} \exp(-i K x)$$

l'équation (66) donne, en notant les symboles $[\Sigma_1]$ et $[\Sigma_2]$ d'après les équations (29) et (30) données ci-dessus,

$$(68) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[\frac{A_m m a K^2}{2i} \exp(i K x) - \frac{A_m m a K^2}{2i} \exp(-i K x) + \right. \right. \\ \left. \left. + A_m k \cos \theta_m \right] \exp(i m K x) [\Sigma_1] \right\} - [\Sigma_2] = 0 .$$

En développant, l'équation (68) donne

$$(69) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[\frac{A_m m a K^2}{2i} \exp[i(m+1)Kx] - \frac{A_m m a K^2}{2i} \exp[i(m-1)Kx] + \right. \right. \\ \left. \left. + A_m k \cos \theta_m \exp(i m K x) \right] [\Sigma_1] \right\} - [\Sigma_2] = 0 .$$

En identifiant $m+1$ à q dans le premier terme, $m-1$ à q dans le deuxième terme et m à q dans le troisième terme, l'équation (69) donne

$$(70) \quad \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[\frac{A_{q-1}(q-1) a K^2}{2i} \exp(i q K x) - \frac{A_{q+1}(q+1) a K^2}{2i} \exp(i q K x) + \right. \right. \\ \left. \left. + k A_q \cos \theta_q \exp(i q K x) \right] [\Sigma_1] \right\} - [\Sigma_2] = 0 .$$

En groupant les termes, remplaçant q par m , utilisant les équations (29) et (30), l'équation (70) donne enfin

$$(71) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[\frac{A_{m-1}(m-1) a K^2}{2i} - \frac{A_{m+1}(m+1) a K^2}{2i} + k A_m \cos \theta_m \right] \exp(i m K x) \times \right. \\ \left. \times \sum_{p=-\infty}^{+\infty} i^p J_p(k a \cos \theta_m) \exp(i p K x) \right\} - k \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(k a) \exp(i n K x) = 0 .$$

En identifiant

$$(72) \quad \left[\begin{aligned} a_m &= A_m k \cos \theta_m + \frac{A_{m-1}(m-1) a K^2}{2i} - \frac{A_{m+1}(m+1) a K^2}{2i} \\ \text{et } (32) \quad b_{p,m} &= i^p J_p(ka \cos \theta_m) \end{aligned} \right],$$

on a formellement

$$(73) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ a_m \exp(imKx) \sum_{p=-\infty}^{+\infty} b_{p,m} \exp(ipKx) \right\} = k \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(ka) \exp(inKx)$$

ou encore

$$(74) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} a_m b_{p,m} \exp(imKx) \exp(ipKx) = k \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(ka) \exp(inKx).$$

En divisant l'équation (74) par $-k$, en définissant, comme dans le paragraphe I.2,

$$(31) \quad d_n = (-i)^n J_n(ka)$$

et en identifiant $m + p = n$, on a

$$(75) \quad \sum_{n-p=-\infty}^{+\infty} \left\{ \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left[-\frac{a_{(n-p)}}{k} \right] \left[b_{p,(n-p)} \right] \right\} \exp(inKx) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} -d_n \exp(inKx).$$

Comme pour l'équation (36), il faut que les différents coefficients de $\exp(inKx)$ s'annulent séparément pour que l'équation (75) puisse être satisfaite. On a donc finalement pour les amplitudes l'équation

$$(76) \quad \left[-d_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{-a_{(n-p)}}{k} \right] \left[b_{p,(n-p)} \right] \right]$$

qui est identique à l'équation (37) établie pour le cas $E_{\parallel}$ si l'on remplace dans celle-ci les B_m par les $-a_m/k$, en notant que $a_m = a_{(n-p)}$. Or, les A_m se déduisent immédiatement des a_m par l'équation (66); avec une expression de la loi de conservation d'énergie sous la forme

$$(77) \quad 1 = A_0 A_0^* + \sum_{m(\text{ordres réels})} \cos \theta_m A_m A_m^* + \\ + \sum_{m(\text{ordres évanescents})} \int_0^\infty \frac{1}{2} \frac{mK}{k} A_m A_m^* \exp \left[-2y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right] dy,$$

analogue à l'équation (38) et obtenue ci-dessous, les équations (76) et (66) suffisent pour déterminer les A_m . Nous notons encore que la solution du problème

de diffraction pour la polarisation $\vec{H}_{\parallel}$, comme celle pour la polarisation $\vec{E}_{\parallel}$, a été obtenue sans aucune hypothèse simplificatrice.

Au moyen de l'équation (13) appliquée au champ $\vec{H}$ total, le champ diffracté $\vec{E}^d$, $\vec{H}^d$ pour ce cas de la polarisation $\vec{H}_{\parallel}$ (vecteur *magnétique* incident parallèle à z , c'est-à-dire suivant la longueur des sillons) est facilement établi. On obtient, pour les composantes du champ diffracté,

$$\begin{aligned}
 (57) \quad & H_x^d = H_y^d = 0 \\
 (61) \quad & H_z^d = Y \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m \exp [\mathbf{i}mKx + \mathbf{i}y \sqrt{k^2 - (mK)^2}] \\
 (78) \quad & E_x^d = -\frac{1}{Y} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{k^2 - (mK)^2}}{k} A_m \exp [\mathbf{i}mKx + \mathbf{i}y \sqrt{k^2 - (mK)^2}] \\
 (79) \quad & E_y^d = +\frac{1}{Y} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{mK}{k} A_m \exp [\mathbf{i}mKx + \mathbf{i}y \sqrt{k^2 - (mK)^2}] \\
 (57) \quad & E_z^d = 0
 \end{aligned}$$

les coefficients étant déterminés par les équations (31), (32), (32a), (72), (76) et (77), en notant encore que $m = n - p$.

Comme pour la polarisation $\vec{E}_{\parallel}$, nous notons que pour un ordre m réel donné, nous obtenons, dans ce cas de $\vec{H}_{\parallel}$, les solutions

$$\begin{aligned}
 (61') \quad & [H_z^d]_m = Y A_m \exp [\mathbf{i}mKx + \mathbf{i}y \sqrt{k^2 - (mK)^2}] \\
 (78') \quad & [E_x^d]_m = -\frac{1}{Y} \cos \theta_m [H_z^d]_m \\
 (79') \quad & [E_y^d]_m = +\frac{1}{Y} \sin \theta_m [H_z^d]_m
 \end{aligned}$$

Les deux vecteurs $[\vec{E}^d]_m$ et $[\vec{H}^d]_m$, qui caractérisent le champ diffracté d'une onde réelle dans ce cas, forment également un système orthogonal droit avec un vecteur $\vec{k}$ dirigé dans la direction θ_m . En introduisant $\exp(-\mathbf{i}\omega t)$, on vérifie facilement, d'après les équations (61'), (78') et (79'), que l'onde diffractée d'ordre m est une onde plane avec le vecteur de propagation égal à $\vec{k}$.

Pour une onde évanescence, $|m| > k/K$, le champ diffracté est, dans ce cas de $\vec{H}_{\parallel}$,

$$(80) \quad \vec{H}^d = \vec{k} Y A_m \exp [-y \sqrt{(mK)^2 - k^2}] \exp (\mathbf{i}mKx),$$

$$(80) \quad \vec{E}^d = \vec{i} \left\{ -i \frac{\sqrt{(mK)^2 - k^2}}{k} A_m \exp \left[-y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right] \exp(imKx) \right\} + \vec{j} \left\{ \frac{mK}{k} A_m \exp \left[-y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right] \exp(imKx) \right\}.$$

La densité moyenne d'énergie est donnée par

$$(80a) \quad \tilde{P} = \frac{1}{2} \vec{i} \frac{mK}{k} A_m A_m^* Y^* \exp \left[-2y \sqrt{(mK)^2 - k^2} \right].$$

L'équation (80a) montre ici encore que les ondes évanescentes emportent de l'énergie réelle dans la direction de l'axe des x , $\tilde{P}$ comme les amplitudes A_m étant atténué exponentiellement dans la direction y .

Ceci complète la solution du problème de la diffraction par un réseau sinusoïdal parfaitement conducteur en incidence normale.

4. Solution numérique simultanée pour les deux cas ; avantages pour les calculs par itération. — Ainsi que nous l'avons établi dans le paragraphe I.3, le calcul des amplitudes B_m , pour la polarisation $\vec{E}_{||}$, et le calcul des $-a_m/k$, pour la polarisation $\vec{H}_{||}$, se réduisent à la solution d'un seul système d'équations, donné dans l'équation (37). Les amplitudes A_m se déduisent, ensuite, facilement par les expressions algébriques linéaires de l'équation (72). Plusieurs méthodes existent et sont connues [60, 61] pour le calcul numérique de l'équation (37). En fait, la solution rigoureuse de problèmes de diffraction apparaît souvent [40, 61] sous la forme de systèmes d'équations algébriques, tels que celui, linéaire, de l'équation (37) ; le calcul numérique de tels systèmes a donc été très étudié [60, 61, 40]. Il suffit de signaler ici que des valeurs numériques peuvent être obtenues avec toute l'approximation souhaitée pour les coefficients B_m et A_m dans les calculs au moyen du système d'équations (37) et de l'équation (72) qui, eux, nous le soulignons encore, représentent la solution du problème de diffraction établie sans aucune approximation. Les approximations dans les calculs numériques n'enlèvent, manifestement, pas le caractère « d'exactitude » de la solution du problème électromagnétique, ainsi que l'a noté Sommerfeld ([37] p. 247).

Une des méthodes de calcul numérique de l'équation (37) consiste [60] à résoudre des systèmes partiels de p équations à p inconnues, ensuite de $p + 1$ équations à $p + 1$ inconnues et ainsi de suite ; on poursuit le calcul jusqu'à ce que les approximations successives d'un coefficient B_m (ou $-a_m/k$) soient satisfaisantes. La solution des équations (72) qui relient trois amplitudes A_m successives est encore plus simple ; on peut procéder soit par itération, soit par la solution de systèmes d'équations, en cherchant la solution à un coefficient d'ordre donné près. L'évaluation de l'approximation numérique est ainsi possible de différentes manières et les équations (38) et (77) peuvent également être utilisées à cette fin.

Avant de donner des résultats numériques pour un cas choisi comme exemple, nous notons que la symétrie pour tous les coefficients A_m , B_m , a_m , d_n , $b_{p,m}$ est facilement établie pour ce cas de l'incidence normale.

Pour le calcul numérique, il suffit de former le système des équations donné par l'équation (37)

$$(37) \quad -d_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} [B_{(n-p)}][b_{p,(n-p)}].$$

Les indices de d_n , $B_{(n-p)}$ et de $b_{p,(n-p)}$ sont tels que la somme des indices de B et du premier indice de b soit égale à l'indice de d et que le deuxième indice de b soit égal à l'indice de B .

Un tableau, comme le tableau III, permet de former rapidement le système d'équations qui sert à obtenir les $B_m = -a_m/k$.

TABLEAU III

$p \rightarrow$	$p = -3$ $p = +3$	$p = -2$ $p = +2$	$p = -1$ $p = +1$	$p = 0$	$m = n - p$ $\downarrow$
B_{-3}	$b_{-3,-3}$ $b_{3,-3}$	$b_{-2,-3}$ $b_{2,-3}$	$b_{-1,-3}$ $b_{1,-3}$	$b_{0,-3}$	-3
B_{-2}	$b_{-3,-2}$ $b_{3,-2}$	$b_{-2,-2}$ $b_{2,-2}$	$b_{-1,-2}$ $b_{1,-2}$	$b_{0,-2}$	-2
B_{-1}	$b_{-3,-1}$ $b_{3,-1}$	$b_{-2,-1}$ $b_{2,-1}$	$b_{-1,-1}$ $b_{1,-1}$	$b_{0,-1}$	-1
B_0	$b_{-3,0}$ $b_{3,0}$	$b_{-2,0}$ $b_{2,0}$	$b_{-1,0}$ $b_{1,0}$	$b_{0,0}$	0
B_1	$b_{-3,1}$ $b_{3,1}$	$b_{-2,1}$ $b_{2,1}$	etc.		1
B_2					2
B_3					3

Les termes en $n = 0$, $n = \pm 1$, $n = \pm 2$, etc. donnent

$$\begin{array}{l} -d_0 = B_0 b_{00} + 2B_1 b_{11} + 2B_2 b_{22} + 2B_3 b_{33} + \dots, \\ -d_1 = B_0 b_{10} + B_1(b_{01} + b_{21}) + B_2(b_{12} + b_{32}) + B_3(b_{23} + b_{43}) + \dots, \\ -d_2 = B_0 b_{20} + B_1(b_{11} + b_{31}) + B_2(b_{02} + b_{42}) + B_3(b_{13} + b_{53}) + \dots, \\ \text{etc.} \end{array}$$

Le premier système partiel en B_0 et B_1 donne, pour $B_1 = -a_1/k$,

$$B_1 = -\frac{a_1}{k} = \frac{d_0 b_{10} + d_1 b_{00}}{2 b_{11} b_{10} - b_{00}(b_{01} + b_{21})}.$$

Le deuxième système partiel en B_0 , B_1 et B_2 donne, pour $B_1 = -a_1/k$,

$$B_1 = -\frac{a_1}{k} = -\frac{2b_{22}(-d_1b_{20} + d_2b_{10}) + d_0[b_{20}(b_{12} + b_{32}) - b_{10}(b_{02} + b_{42})] + 2b_{22}[b_{20}(b_{01} + b_{21}) - b_{10}(b_{11} + b_{31})] - 2b_{11}[b_{20}(b_{12} + b_{32}) - b_{10}(b_{02} + b_{42})] + b_{00}[-d_2(b_{12} + b_{32}) + d_1(b_{02} + b_{42})]}{b_{00}[(b_{12} + b_{32})(b_{11} + b_{31}) - (b_{01} + b_{21})(b_{02} + b_{42})]}$$

et ainsi de suite pour les systèmes suivants. Le calcul peut être effectué sur un ordinateur numérique si nécessaire. Une expression de forme semblable à celle donnant B_1 est déduite du deuxième système pour B_2 .

Nous avons fait des expériences dans le domaine des ondes centimétriques ($\lambda = 3,42$ cm) avec un réseau sinusoïdal dont la période $2\pi/K = 0,95$ ne donnait lieu qu'à un seul ordre réel (celui pour $m = 0$, en « réflexion » normale) et dont l'amplitude était $a = \lambda/6$. Pour ces valeurs, en effectuant les calculs numériques pour les différentes fonctions de Bessel

$$d_n = (-i)^n J_n(ka)$$

et

$$b_{p,(n-p)} = i^p J_p \left\{ ka \sqrt{1 - \left[\frac{(n-p)K}{k} \right]^2} \right\},$$

le premier système partiel donne

$$B_1 = -a_1/k = 0,144 + 0,815 i$$

et le deuxième système partiel donne

$$B_1 = -a_1/k = -0,287 + 0,925 i \quad \text{et} \quad B_2 = -a_2/k = -0,123 - 0,04 i.$$

On constate que la valeur de B_1 (qui a une grande composante imaginaire et une petite composante réelle) donnée par le premier système est une bonne approximation de celle donnée par le deuxième système partiel. Du même calcul, on déduit les valeurs des coefficients A_1 et A_2 :

$$\begin{aligned} A_1 &= 0,58 i - 0,35 & \text{à} & (0,3 i + 1,44) A_3 \text{ près,} \\ A_2 &= -0,39 i - 0,69 & \text{à} & -(0,08 i + 0,36) A_3 \text{ près.} \end{aligned}$$

Nous trouvons donc, dans ce cas, que B_2 est petit par rapport à B_1 , alors que A_2 et A_1 ont un ordre de grandeur semblable.

La conduite du calcul numérique est manifestement la même quelles que soient l'amplitude et la période du réseau ; les résultats numériques que nous avons obtenus d'après la solution rigoureuse du problème de diffraction présentent donc un certain intérêt. Ils permettent, en particulier, de dégager des effets de polarisation.

5. Recherche de la possibilité de l'existence d'un champ stationnaire formé par interférences entre ondes évanescentes. Énergie emportée par les ondes

évanescences. — Nous nous sommes posé le problème de chercher de quelle manière l'existence des ondes évanescences pouvait être mise en évidence. On sait que pour un réseau plan formé de bandes conductrices alternées avec des espaces libres (le réseau étant utilisé en transmission), M. Schaffner & G. Toraldo di Francia [43] avaient vérifié en 1949 le coefficient d'atténuation d'une onde évanescence d'ordre 1 ; dans leur très belle expérience, qui se basait sur une remarque de J. A. Stratton ([44] p. 516) sur l'émergence d'ondes réelles à la sortie d'un prisme qui reçoit des ondes évanescences, Toraldo di Francia & Schaffner ont ainsi vérifié l'existence des ondes évanescences produites dans le cas général de la diffraction par des réseaux, qui avait été particulièrement soulignée par U. Fano [8] en 1938.

Ainsi que nous l'avons établi dans les paragraphes précédents, les ondes évanescences, qui apparaissent dans la solution rigoureuse du problème de diffraction, ont des amplitudes qui ne sont pas négligeables ; leur rôle est fondamental dans la satisfaction des conditions aux limites qui sont, on peut le dire, à l'origine même du phénomène de diffraction.

Dans notre cas, celui du réseau en réflexion, l'expérience avec un prisme placé au contact du réseau n'est pas possible, bien entendu. Nous nous sommes donc proposé de chercher quels effets, réels et donc mesurables, résultaient de l'existence des ondes imaginaires (évanescences).

Nous avons déjà établi (§ 1.2 et 3) que de l'énergie est réellement emportée par les ondes évanescences parallèlement à l'axe des x (parallèlement à la surface moyenne du réseau). La densité de cette énergie décroît très rapidement suivant la direction y perpendiculaire au réseau, équations (51b) et (80a) ; même pour les ondes évanescences d'ordre $m = \pm 1$, qui sont le moins atténuées, la densité d'énergie pour $y = \lambda/2$ n'est que le dixième environ de la densité d'énergie pour $y = 0$. Néanmoins, pour un réseau de largeur finie suivant x , on doit s'attendre à un rayonnement de cette énergie par les extrémités du réseau parallèles à z . En fait, nous avons vérifié que l'énergie emportée par les ondes évanescences dans le cas de notre réseau de période $2\pi/K = (32/34)\lambda$ est effectivement rayonnée. En raison de la petite hauteur y (effective) de la discontinuité présentée à l'onde évanescence à l'extrémité du réseau, un rayonnement dans un domaine angulaire assez étendu est prévu ; en fait, l'expérience confirme cette prévision. Des valeurs quantitatives de l'énergie mesurée dans ces conditions sont peu précises à cause des petites dimensions du réseau par rapport à λ dans le domaine des ondes centimétriques (ainsi qu'à cause de la faible hauteur effective du « front » des ondes évanescences) ; malgré ces restrictions, qui ne sont pas toujours gênantes dans les mesures analogiques, nous sommes satisfait d'avoir observé avec certitude ce rayonnement de l'énergie emportée par les ondes évanescences. (On conçoit que des mesures de cette énergie dans le domaine de l'optique devraient également être possibles dans le cas d'une absence de diffusion par les imperfections de surface.)

Les mesures analogiques dans le domaine des ondes centimétriques montrent leur avantage en particulier dans la vérification d'un phénomène d'interférence entre ondes évanescences que nous avons prévu théoriquement de la manière suivante (que nous illustrons pour le cas $\vec{H}_{||}$).

D'après l'équation (22), les ondes diffractées sont évanescentes pour $|m| > k/K$. Ainsi que nous l'avons déjà noté, on démontre sans difficulté l'égalité des coefficients A_{+m} et A_{-m} , ainsi que des coefficients B_{+m} et B_{-m} .

En effet, on obtient, d'après l'équation (64), l'identité

$$(81) \quad \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m (amK^2 \sin Kx + \sqrt{k^2 - (mK)^2}) \times \\ \times \exp \{ imKx + ia [k + \sqrt{k^2 - (mK)^2}] \cos Kx \} \equiv k,$$

avec $k = 2\pi/\lambda = \text{Cte}$.

Si, dans l'équation (81), nous changeons m en $-m$ et x en $-x$ cette identité n'est pas changée, sauf pour $A_m \rightarrow A_{-m}$. On en conclut que

$$(82) \quad \boxed{A_{-m} = A_m},$$

ce qui d'ailleurs est évident à cause de la symétrie du problème.

On démontre de même que

$$(83) \quad \boxed{B_{-m} = B_m}.$$

Si nous considérons maintenant deux ondes évanescentes d'ordres $+m$ et $-m$ se propageant dans la direction x , on obtient d'après l'équation (77) le champ $[H_{zx}]_m$ suivant, formé par l'interférence entre les deux ondes évanescentes $[H_z^d]_{+m}$ et $[H_z^d]_{-m}$:

$$(84) \quad [H_{zx}]_m = (H_z^d)_{+m} + (H_z^d)_{-m} \\ = YA_m \exp [-y \sqrt{(mK)^2 - k^2}] [\exp(imKx) + \exp(-imKx)],$$

ce qui donne, avec $\exp(imKx) + \exp(-imKx) = 2 \cos mKx$,

$$(85) \quad \boxed{[H_{zx}]_m = 2YA_m \exp [-y \sqrt{(mK)^2 - k^2}] \cos mKx}.$$

L'équation (85) décrit un *champ stationnaire* dont la période est

$$(86) \quad \boxed{X = \frac{2\pi}{mK} = \frac{d}{m}},$$

où d est la période du réseau.

L'atténuation du champ des ondes évanescentes étant fonction de $\delta_m = \exp [-y \sqrt{(mK)^2 - k^2}]$, on conclut que c'est l'onde évanescence d'ordre m le plus bas qui se manifestera le plus loin de la surface du réseau (le plus loin suivant y , manifestement).

En particulier, lorsque $d \ll \lambda$, ce qui donne déjà la paire d'ondes évanescences d'ordre $m = 1$, c'est un champ stationnaire avec la *période du réseau* qui aura l'importance dominante lorsqu'on s'éloigne de la surface du réseau. La hauteur à laquelle seul le champ d'ordre $m = 1$ prédomine dans ces conditions est d'ailleurs très petite par rapport à λ . Pour le cas du réseau expérimental où

$d = (32/34)\lambda$, on trouve $\delta_1 = \exp[-(2,2/\lambda)y]$ et $\delta_2 = \exp[-(10,7/\lambda)y]$, ce qui donne, pour $y = \lambda$, $\delta_{1,\lambda} = 1/\exp(2,2) = 1/9$ et $\delta_{2,\lambda} = 1/\exp(10,7) \simeq 5 \times 10^{-5}$. Enfin, même le champ stationnaire d'ordre $m = 1$ ne se manifestera, évidemment, que sur une hauteur de quelques longueurs d'onde dans ces conditions. L'expérience a pleinement confirmé ces prévisions, ainsi que nous le montrons dans le paragraphe I.6.

6. Vérifications expérimentales dans le domaine des ondes centimétriques. —

On sait que de nombreuses études et vérifications de répartitions de champs électromagnétiques ont été récemment effectuées dans le domaine des ondes centimétriques [62]. Les avantages des longueurs d'onde de l'ordre du centimètre pour des mesures analogiques sont manifestes ; il suffit de rappeler la possibilité d'effectuer des mesures de champs électromagnétiques dans des espaces de l'ordre de la longueur d'onde, la possibilité de construire des structures composées (par exemple un réseau) ayant un nombre suffisant de périodes dans une ouverture totale telle que les dimensions de celle-ci soient grandes par rapport à la période et enfin la possibilité d'effectuer des mesures de phase ; en effet, celles-ci sont possibles grâce au fait que la phase des oscillateurs produisant des ondes centimétriques (klystrons, magnétrons, etc.) peut être utilisée comme référence dans les mesures du champ.

Un certain nombre d'inconvénients sont associés aux mesures dans ce domaine et rendent les mesures analogiques imparfaitement idéales. Les grandes dimensions des longueurs d'onde ne permettent pas d'obtenir des surfaces d'onde bien homogènes à l'échelle du laboratoire (en particulier, alors que ces surfaces d'onde sont relativement planes en phase, elles présentent des variations d'amplitude importantes à travers l'ouverture ; des courbes enregistrées parallèlement aux surfaces d'onde doivent donc être corrigées pour ces effets). Par ailleurs, les sondes avec lesquelles on peut mesurer les caractéristiques du champ, à l'intérieur et près des ouvertures « diffractantes », perturbent nécessairement, plus ou moins, ce champ ; cette perturbation est souvent très faible [62] et, dans l'ensemble, constitue une objection dont la valeur est discutable lorsqu'on se rappelle que des mesures semblables dans le domaine de l'optique ne sont pas encore concevables dans l'état actuel de la technique. Enfin, en ce qui concerne les mesures analogiques avec des champs obtenus par réflexion et diffraction sur des conducteurs, il est nécessaire de se rappeler que la pénétration par rapport à la longueur d'onde est plus grande dans le domaine des hautes fréquences optiques que dans le domaine des ondes centimétriques. En effet, si σ et μ caractérisent la conductibilité et la perméabilité du métal, on définit la profondeur de pénétration par l'expression

$$(87) \quad \delta \simeq \sqrt{2/\omega\sigma\mu} = \sqrt{1/\pi f\sigma\mu}$$

pour une fréquence $\omega = 2\pi f$ donnée, δ étant la profondeur dans le métal à laquelle la densité de courant vaut $1/e$ de la densité à la surface. On a donc

$$(88) \quad \delta/\lambda \simeq \sqrt{f/\pi c^2\sigma\mu},$$

qui indique bien l'augmentation de δ/λ avec f .

Alors que l'équation (87) conduit à une perte d'énergie par unité de volume plus petite aux fréquences optiques qu'aux fréquences des ondes centimétriques, l'équation (88) conduit à une sensibilité plus grande à la qualité de la surface en optique que dans le domaine des ondes centimétriques. Ces considérations sont évidentes, mais non pas insignifiantes ; l'importance de la diffusion n'est

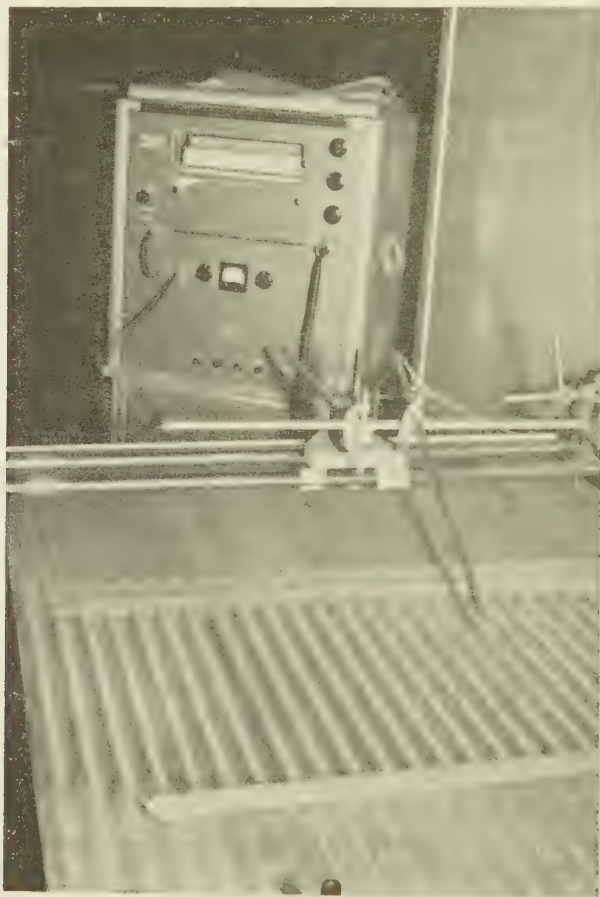


FIG. 19.

pas négligeable en optique, alors qu'elle peut généralement [63] être maintenue à des valeurs considérablement plus petites dans le domaine des ondes centimétriques. Des anomalies dans la répartition des intensités, dues à l'état de surface du réseau, ont ainsi déjà été signalées par R. W. Wood [47] et des expériences plus récentes montrent une très grande sensibilité de la réflectivité à la nature particulière de la couche d'aluminium sur laquelle un réseau est tracé, en particulier dans l'ultraviolet [64].

Pour la mesure du champ stationnaire créé par l'interférence entre deux ondes

évanescentes de même ordre, nous avons trouvé une plaque ondulée de forme sinusoïdale, ayant une période $d = 3,2$ cm qui était précisément légèrement inférieure à la longueur d'onde $\lambda = 3,42$ cm produite par le générateur que nous avions à notre disposition.

La figure 19 montre une vue générale de l'expérience. La plaque en matière plastique est argentée au moyen d'une peinture à argent colloïdal spéciale pour ce genre d'expériences, la sonde cristalline Sylvania 1N23C longue de $\lambda/2$ environ est sensible à $\vec{E} \cdot \vec{E}^*$ parallèle à sa longueur. La surface d'onde incidente provient d'un paraboloïde (montré dans les figures du paragraphe III.4) et d'un générateur de haute fréquence modulé à 1 000 Hz ; l'enregistreur, également



FIG. 20.

modulé à 1 000 Hz, permet ainsi de travailler avec un très bon rapport signal/bruit. Le papier de l'enregistreur est mû en synchronisme avec le déplacement de la sonde dans la direction x et cela au moyen d'un petit générateur « selsyn » que nous avons monté sur le banc (fig. 20) ; 1 cm sur le papier correspond à 1 cm de déplacement de la sonde. Les figures 19 et 20 montrent la mesure pour le cas de $\vec{H}_{\parallel}$. (Dans le cas de $\vec{E}_{\parallel}$, la sonde est orientée à 90° de l'orientation représentée, dans le plan Oxz .)

La figure 21 montre trois courbes expérimentales typiques du champ d'interférences stationnaire $\vec{H}_{\parallel}$ mesuré à des hauteurs y égales à 1λ , $1,5\lambda$ et 2λ au-dessus du réseau. Une seule période est apparente dans ces courbes et cette période est identique à celle $d = 3,2$ cm du réseau ; il s'agit donc bien du champ stationnaire formé par interférence entre les deux ondes évanescentes d'ordres $+1$ et -1 . On constate bien aussi que pour $y = \lambda$, les ondes d'ordre $m = 2$ ne sont

plus détectées, ainsi que nous l'avions prévu, et que, par ailleurs, l'atténuation des ondes d'ordre $m = 1$ est déjà apparente pour $y = 2\lambda$. Ces expériences vérifient donc pleinement les prévisions théoriques du paragraphe I.5. Des courbes semblables ont été obtenues pour la polarisation $\vec{E}_{\parallel}$. (La variation de l'amplitude dans ces courbes en fonction de x est le résultat de la variation de l'amplitude dans l'onde incidente mentionnée plus haut. Voir aussi la mesure de l'onde incidente dans une figure du paragraphe III.4.)

Nous avons déjà noté dans le paragraphe précédent que nous avons pu observer le rayonnement de l'énergie emportée par l'ensemble des ondes évanescentes. Ceci a été fait en plaçant soit un cornet directif, soit même une parabole, iden-

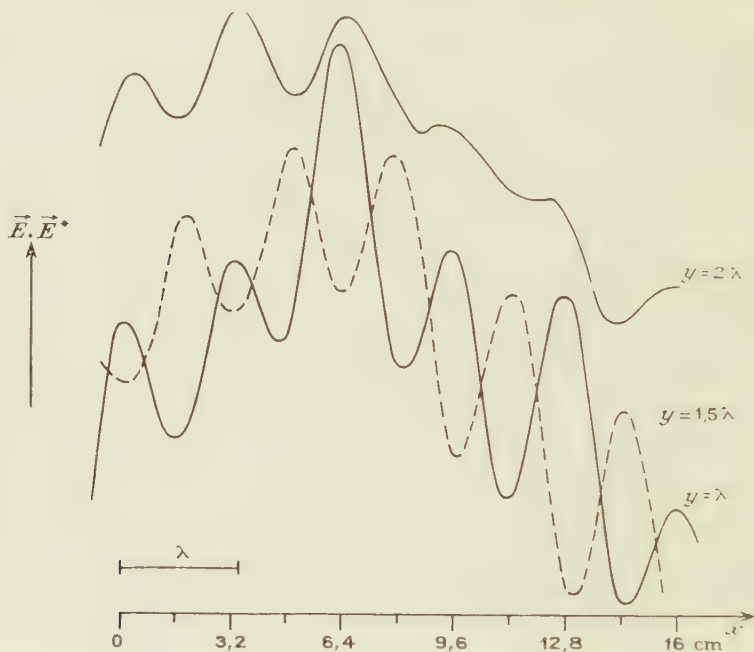


FIG. 21. — Champ stationnaire $H_{\parallel}$, réseau sinusoïdal.

tique à l'antenne-source, au delà d'une des extrémités du réseau parallèles à z : l'énergie se trouvait dans un domaine angulaire de l'ordre de 45° au-dessus de la surface du réseau, avec un maximum légèrement au-dessus de la surface (10 à 20° environ). La mesure quantitative de l'énergie correspondante au très faible niveau de ces ondes est rendue incertaine par le fait qu'il faut s'assurer de ne recueillir qu'une quantité négligeable de l'énergie latérale de l'antenne ainsi que de celle provenant de réflexions parasites. En s'assurant au moyen de masques et d'écrans métalliques que ce n'était pas cette énergie parasite que l'on observait, en remplaçant le réseau par un miroir et en inclinant le réseau de diverses manières, nous avons pu nous satisfaire que c'est bien le rayonnement de l'énergie emportée par les ondes évanescentes que nous observions. Il est bien connu [62] que les difficultés que nous venons de citer apparaissent d'une façon plus ou moins importante dans toutes les mesures effectuées dans le domaine

des ondes centimétriques. Ainsi, l'obtention de courbes expérimentales aussi exemptes de bruit que celles montrées dans la figure 21 est toujours le résultat d'un très grand soin dans l'élimination de champs parasites et de nombreuses expériences préparatoires.

II. Solution du problème de la diffraction par un réseau sinusoïdal parfaitement conducteur (cas d'une incidence oblique quelconque).

Possibilité d'extension à des réseaux de profil quelconque

1. Réseau sinusoïdal en incidence oblique. — A) SOLUTION. — Ainsi que nous l'avons noté dans l'introduction, un des espoirs que nous avions en cherchant la solution du problème de la diffraction par un réseau sinusoïdal en incidence normale (chap. I) était que la méthode de solution pourrait être facilement étendue au cas général d'un réseau de forme quelconque et pour une incidence quelconque. Ainsi que nous l'établissons dans le présent chapitre, l'application de la méthode de calcul du chapitre I au problème de la diffraction par un réseau sinusoïdal dans le cas général d'une incidence quelconque nous a, en effet, permis d'obtenir la solution sans nouvelles difficultés. En fait, la conduite des calculs ressemble dans une mesure suffisamment grande aux calculs du chapitre I pour qu'il soit possible d'établir la solution pour ce cas général d'une manière très rapide et succincte, qui suit.

Polarisation $\vec{E}_{\parallel}$. — Ici les composantes spatiales du champ incident sont

$$(89) \quad \vec{E}^i = (0, 0, E_z^i), \quad \vec{H}^i = (H_x^i, H_y^i, 0),$$

avec

$$(90) \quad E_z^i = \exp[-ik(x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)],$$

où θ_i est l'angle d'incidence. On a la loi du réseau

$$(91) \quad \sin \theta_i + \sin \theta_m = mK/k.$$

A cause de la symétrie du problème, on a encore

$$(92) \quad E_z^d = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_m \exp[ik(x \sin \theta_m + y \cos \theta_m)]$$

et, sur la surface du réseau,

$$(93) \quad E_z^d = -E_z^i \quad (\text{pour } y = a \cos Kx)$$

afin de satisfaire à la condition aux limites de l'équation (6).

Comme au paragraphe I.2, nous obtenons

$$(94) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_m \exp(imKx) \exp(ia k \cos \theta_m \cos Kx) = -\exp(-iak \cos \theta_i \cos Kx)$$

en tenant compte de l'équation (91).

Avec

$$(29) \quad \exp(\mathbf{i}ak \cos \theta_m \cos Kx) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \mathbf{i}^p \mathbf{J}_p(ka \cos \theta_m) \exp(\mathbf{i}pKx)$$

et

$$(95) \quad \exp(-\mathbf{i}ak \cos \theta_1 \cos Kx) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-\mathbf{i})^n \mathbf{J}_n(ka \cos \theta_1) \exp(\mathbf{i}nKx)$$

nous obtenons ainsi facilement la solution du problème de la diffraction pour une incidence oblique, dans ce cas $\vec{E}_{||}$,

$$(96) \quad -\delta_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} B_{(n-p)} b_{p,(n-p)}.$$

Ici

$$(97) \quad \delta_n = (-\mathbf{i})^n \mathbf{J}_n(ka \cos \theta_1)$$

et

$$(32) \quad b_{p,(n-p)} = \mathbf{i}^p \mathbf{J}_p[ka \cos \theta_{(n-p)}],$$

comme au paragraphe I.2.

On a aussi la loi de conservation de l'énergie analogue à l'équation (38) pourvu que $1 \rightarrow \cos \theta_1$. Les composantes H_x^d et H_y^d , ainsi que le vecteur de Poynting complexe pour le cas des ondes évanescentes, s'établissent d'une manière strictement analogue à celle employée au paragraphe I.2. Nous notons, en particulier, que l'équation (96) se réduit bien à l'équation (37) lorsque $\theta_1 = 0$ ($\cos \theta_1 = 1$).

Polarisation $\vec{H}_{||}$. — Comme au paragraphe I.3, la solution pour ce cas est plus compliquée et le problème un peu plus difficile à résoudre.

Ici, les composantes spatiales du champ incident sont

$$(97) \quad \vec{E}^i = (E_x^i, E_y^i, 0) \quad , \quad \vec{H}^i = (0, 0, H_z^i),$$

avec

$$(98) \quad H_z^i = Y \exp[-\mathbf{i}k(x \sin \theta_1 + y \cos \theta_1)].$$

A cause de la symétrie du problème, nous avons encore

$$(99) \quad H_z^d = Y \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m \exp[\mathbf{i}k(x \sin \theta_m + y \cos \theta_m)]$$

et la condition aux limites de l'équation (12) donne sur la surface du réseau

$$(100) \quad \frac{\partial H_z}{\partial n} = n_x \frac{\partial H_z^i}{\partial x} + n_y \frac{\partial H_z^i}{\partial y} + n_x \frac{\partial H_z^d}{\partial x} + n_y \frac{\partial H_z^d}{\partial y} = 0.$$

En employant les équations (60) et (91), nous obtenons, après dérivation,

$$(101) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m [(m a K^2 - a k K \sin \theta_i) \sin Kx + k \cos \theta_m] \exp(\mathbf{i} m K x) \times \\ \times \exp[\mathbf{i} k a \cos \theta_m \cos Kx] = k [a K \sin \theta_i \sin Kx + \cos \theta_i] \exp[-(\mathbf{i} k a \cos \theta_i) \cos Kx];$$

avec

$$(67) \quad \sin Kx = \frac{1}{2\mathbf{i}} \exp(\mathbf{i} Kx) - \frac{1}{2\mathbf{i}} \exp(-\mathbf{i} Kx),$$

l'équation (101) donne

$$(102) \quad \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{A_m (m a K^2 - a k K \sin \theta_i)}{2\mathbf{i}} \exp[\mathbf{i} (m + 1) Kx] - \right. \\ \left. - \frac{A_m (m a K^2 - a k K \sin \theta_i)}{2\mathbf{i}} \exp[\mathbf{i} (m - 1) Kx] + A_m k \cos \theta_m \exp(\mathbf{i} m Kx) \right\} \times \\ \times \left\{ \exp[\mathbf{i} k a \cos \theta_m \cos Kx] \right\} = k \left[\frac{a K \sin \theta_i \exp(\mathbf{i} Kx)}{2\mathbf{i}} - \right. \\ \left. - \frac{a K \sin \theta_i \exp(-\mathbf{i} Kx)}{2\mathbf{i}} + \cos \theta_i \right] \exp[-(\mathbf{i} k a \cos \theta_i) \cos Kx].$$

En notant que

$$(29) \quad \exp[(\mathbf{i} k a \cos \theta_m) \cos Kx] = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \mathbf{i}^p J_p(k a \cos \theta_m) \exp(\mathbf{i} p Kx)$$

et que

$$(30a) \quad \exp[-(\mathbf{i} k a \cos \theta_i) \cos Kx] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-\mathbf{i})^n J_n(k a \cos \theta_i) \exp(\mathbf{i} n Kx)$$

et en procédant d'une manière semblable à celle du paragraphe I.4, l'équation (102) donne

$$(103) \quad \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \left\{ A_{q-1} \left[\frac{(q-1) a K^2 - a k K \sin \theta_i}{2\mathbf{i}} \right] + A_{q+1} \left[\frac{(q+1) a K^2 - a k K \sin \theta_i}{2\mathbf{i}} \right] + \right. \\ \left. + A_q \cos \theta_q \right\} \exp(\mathbf{i} q Kx) \exp(\mathbf{i} k a \cos \theta_m \cos Kx) = \\ = \left\{ \frac{k a K \sin \theta_i}{2\mathbf{i}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} (-\mathbf{i})^{r-1} J_{r-1}(k a \cos \theta_i) - \right. \\ \left. - \frac{k a K \sin \theta_i}{2\mathbf{i}} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} (-\mathbf{i})^{r+1} J_{r+1}(k a \cos \theta_i) + \right. \\ \left. + k \cos \theta_i \sum_{r=-\infty}^{+\infty} (-\mathbf{i})^r J_r(k a \cos \theta_i) \right\} \exp(\mathbf{i} r Kx),$$

ce qui nous donne finalement la solution pour ce cas $\vec{H}_{\parallel}$ en incidence oblique

$$(104) \quad -\beta_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} -\frac{\alpha_{(n-p)}}{k} b_{p,(n-p)} ,$$

avec

$$(105) \quad \beta_n = \frac{aK \sin \theta_i}{2i} [(-i)^{n-1} J_{n-1}(ka \cos \theta_i) - (-i)^{n+1} J_{n+1}(ka \cos \theta_i)] + \\ + \cos \theta_i (-i)^n J_n(ka \cos \theta_i) ,$$

$$(106) \quad \alpha_{(n-p)} = \alpha_m = A_m \cos \theta_m + A_{m-1} \left[\frac{(m-1) aK^2 - akK \sin \theta_i}{2i} \right] + \\ + A_{m+1} \left[\frac{(m+1) aK^2 - akK \sin \theta_i}{2i} \right]$$

et

$$(32) \quad b_{p,(n-p)} = i^p J_p[ka \cos \theta_{(n-p)}] .$$

La loi de conservation de l'énergie est encore analogue à l'équation (38) avec $1 \rightarrow \cos \theta_i$. Les composantes E_x^d et E_y^d , ainsi que le vecteur de Poynting complexe pour le cas des ondes évanescentes, s'établissent ici encore d'une manière strictement analogue à celle du paragraphe 1.3. Nous notons encore que pour $\theta_i = 0$ ($\cos \theta_i = 1$, $\sin \theta_i = 0$), l'équation (105) se réduit bien à l'équation (32), l'équation (106) à l'équation (72) et la solution de l'équation (104) à la solution de l'équation (76). Nous notons aussi que dans le cas de l'incidence oblique, la solution pour $-z_m k$ du cas $\vec{H}_{\parallel}$ n'est plus identique à celle pour B_m du cas $\vec{E}_{\parallel}$, comme nous l'avions établi en incidence normale.

Mais les solutions pour $\vec{H}_{\parallel}$ aussi bien que pour $\vec{E}_{\parallel}$ ont encore été obtenues sans aucune approximation dans les calculs.

Les solutions numériques sont calculées d'une manière semblable à celle de l'incidence normale. L'emploi d'un ordinateur digital paraît, ainsi que nous l'avons noté, particulièrement adapté au calcul numérique des solutions rigoureuses que nous avons obtenues.

Dans un prochain travail, nous nous proposons d'étudier ainsi plusieurs cas particuliers importants et de dégager d'autres conséquences de ces solutions rigoureuses du problème de diffraction par un réseau sinusoïdal. Au paragraphe 1.4, nous avons montré qu'il n'était pas difficile de calculer les coefficients B_m et A_m , même sans l'emploi d'un ordinateur, lorsqu'une approximation numérique moyenne est satisfaisante; en fait, nous avons donné des valeurs numériques pour quatre coefficients ainsi calculés.

B) ONDES ÉVANESCENTES. — On trouve facilement que pour que les ondes d'ordre $\pm m$ soient évanescentes, il faut que

$$(107) \quad |m| > (k/K) (1 + \sin \theta_i) .$$

Ces ondes emportent encore une partie de l'énergie incidente, comme dans le cas de l'incidence normale.

Mais, étant donné que dans le cas général, $B_m \neq B_{-m}$ et $A_m = A_{-m}$, les ondes évanescentes n'apparaissent plus en paires de même amplitude. Leur interférence donne encore un champ stationnaire, d'une forme plus compliquée qu'en incidence normale, toutefois.

2. **Réseaux à profil quelconque.** — Dans le cas général, le profil du réseau, lui-même, doit être donné par une série de Fourier de la forme

$$(108) \quad \begin{aligned} y &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos (nKx + \varphi_n) = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \{ \exp [i(nKx + \varphi_n)] + \exp [-i(nKx + \varphi_n)] \} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} a_n [\exp (inKx) \exp (i\varphi_n) + \exp (-inKx) \exp (-i\varphi_n)] \end{aligned}$$

et c'est cette valeur de y qui doit être utilisée dans les équations (92) et (98) respectivement.

Les coefficients a_n et les phases φ_n doivent être déterminés d'après le profil du réseau [9].

Le cas du réseau à sillons de profil rectangulaire présente un intérêt particulier en optique ; en effet, les profils des sillons réellement tracés sur des réseaux se rapprochent de ce profil d'une manière plus ou moins bonne, en pratique. La solution du problème de diffraction par un réseau à sillons rectangulaires doit être donnée sous une forme qui se prête aussi à l'étude des effets de petites variations de profil.

La solution de ces problèmes de diffraction fera l'objet d'une étude future ; il est bien entendu que la solution doit être établie pour deux polarisations orthogonales, de façon à permettre le calcul de la répartition de la lumière diffractée en présence d'une onde incidente non polarisée (ou polarisée d'une manière donnée).

Les réseaux à profil quasi rectangulaire sont généralement utilisés au voisinage de la normale sur l'une des facettes des sillons (cas des réseaux directifs [17] et des réseaux échelles [65]). La solution rigoureuse dans un cas particulier de ce type est établie au chapitre III à l'aide d'une étude de propriétés électromagnétiques de parois planes parfaitement conductrices [4].

III. Solution du problème de diffraction dans un cas particulier d'un réseau à marches rectangulaires

1. Propagation d'ondes planes le long de parois conductrices [4, 66]. Soit $Oxyz$ un trièdre où $-y$ représente la direction de propagation (fig. 22a). On établit facilement que lorsqu'une onde plane caractérisée par un vecteur $\vec{E}$ porté par Ox se propage parallèlement à une paroi plane parfaitement conductrice parallèle à Oyz (onde que nous appellerons $E_{\perp}$ ou $H_{\parallel}$), la densité $\vec{J}$ du courant induit sur la surface de la paroi est telle que les composantes du champ

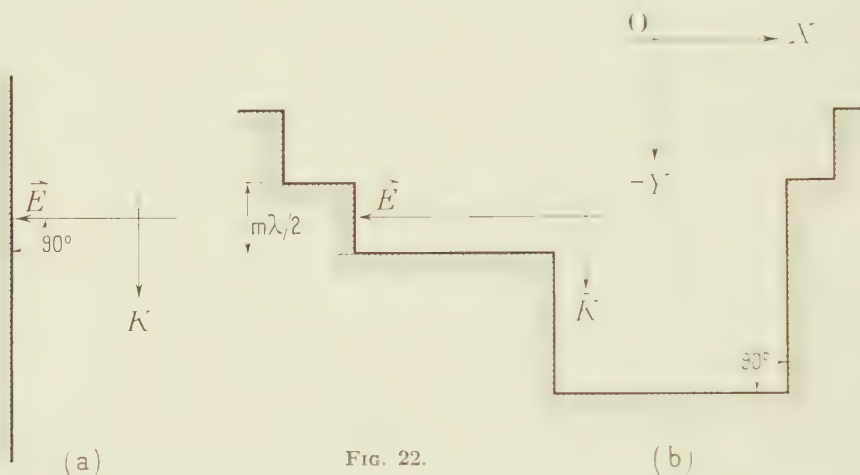


FIG. 22.

électromagnétique qui lui correspondent satisfont à l'équation de Maxwell qui s'applique à la propagation de l'onde plane en espace libre. On en conclut qu'une paroi ainsi définie ne perturbe pas la propagation de l'onde plane.

En effet, si l'on prend la divergence de l'équation de Maxwell

$$(109) \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) + \vec{J}$$

qui s'applique à la surface conductrice, on obtient, ainsi qu'il est bien connu,

$$(110) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = - \partial (\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) / \partial t = - \partial \rho / \partial t$$

qui n'est autre que l'équation de continuité.

En notant que $\vec{J}$ = densité de courant = courant/surface perpendiculaire à y dans le conducteur et que ρ = densité de charge = charge volume du conducteur, l'équation (110) permet d'écrire à la limite d'une pénétration infiniment peu profonde (conducteur parfait)

$$(111) \quad \partial I_y / \partial y = - \partial \sigma / \partial t,$$

où I_y est le courant sur la surface de la paroi par unité de largeur Oz et σ la charge par unité Oyz de surface sur la paroi.

Or, on sait que les charges à la surface parfaitement conductrice doivent fournir la discontinuité de la composante normale de l'induction électrique. On a ici

$$(112) \quad \sigma = D_x$$

et, par conséquent, la relation entre le courant induit à la surface de la paroi et le champ électrique est donnée par

$$(113) \quad \partial I_y / \partial y = - \partial D_x / \partial t .$$

Par ailleurs, d'après l'équation (109), on obtient aussi

$$(114) \quad I_y = H_z$$

et

$$(115) \quad \partial I_y / \partial y = \partial H_z / \partial y .$$

Finalement, les équations (113) et (115) donnent

$$(116) \quad \partial H_z / \partial y = - \partial D_x / \partial t$$

qui est précisément la relation que l'on obtient à partir de l'équation de Maxwell

$$(117) \quad \nabla \wedge \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t$$

qui s'applique à la propagation de l'onde plane en l'espace libre.

On est conduit à conclure que la paroi infiniment conductrice Oyz ne perturbe pas la propagation de l'onde plane $\vec{E}$ définie plus haut.

2. Comportement de structures à parois orthogonales [4]. — On peut, ensuite, examiner la structure infiniment large telle que celle de la figure 22b où les parois verticales (parallèles à Oyz) satisfont à la condition précédente ($\vec{E}$ normal à ces parois) et où les plans horizontaux (parallèles à Oxz) sont distants de $m\lambda/2$ (m est un entier), mais dont les largeurs suivant Ox ont des valeurs quelconques. D'après le paragraphe précédent et en notant que la réflexion est normale sur les plans distants de $m\lambda/2$, on prévoit que les diverses ondes réfléchies se raccordent sans discontinuité pour fournir une onde plane identique à celle que l'on aurait par réflexion sur un miroir unique parallèle à Oxz .

3. Cas du réseau à marches rectangulaires profondes de $m\lambda/2$ lorsque les ondes planes incidentes ont leur vecteur $\vec{E}$ perpendiculaire à l'une des parois des sillons (cas de l'absence de la diffraction classique) [4]. — Si l'on applique le raisonnement des deux paragraphes précédents à un réseau plan à marches rectangulaires, à facettes horizontales (parallèles à Oxz) distantes de $m\lambda/2$ (fig. 23), on conclut que ce réseau ne rayonnera d'énergie que dans un seul ordre, se comportant comme un miroir horizontal parfait, même si cette structure devait conduire, suivant les théories scalaires de la diffraction, à l'existence d'autres ordres.

En effet, d'après le paragraphe III. 1, il se trouve que les équations de Maxwell

et les conditions aux limites sur la surface du réseau sont satisfaites dans ces conditions [4], ce qui d'ailleurs semble être manifeste [6b]. Chaque facette horizontale se comporte comme un miroir parfait ; le champ diffracté consistera en une seule onde plane se propageant dans la direction y et formée, on peut le dire, par le raccordement sans discontinuité des ondes réfléchies par les diverses facettes horizontales des sillons.

Ce résultat, inattendu d'après les théories classiques de la diffraction, se trouve parfaitement vérifié dans les expériences que nous décrivons dans le paragraphe suivant pour un réseau dont les facettes horizontales n'avaient que 1λ de large.

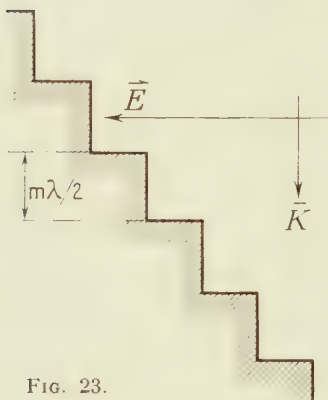


FIG. 23.

La différence la plus remarquable de ce résultat avec les prévisions des théories scalaires de la diffraction est que ces dernières conduisent à prévoir une répartition de l'énergie dans plusieurs ordres, avec des amplitudes déterminées par la largeur des facettes suivant Ox (et indépendantes de la polarisation) ; or, pour des dimensions des sillons de l'ordre de la longueur d'onde, ces prévisions sont manifestement incorrectes, ainsi que nous venons de l'établir.

On calcule, en particulier, qu'un champ stationnaire le long de Oy sera formé par interférence entre l'onde incidente et la seule onde diffractée. Au-dessus d'une marche donnée, le champ est ainsi identique à celui obtenu par réflexion sur un miroir plan et se calcule d'une manière absolument identique ; nous la rappelons ici pour en tirer les conclusions qui s'appliquent au réseau. On a pour les composantes spatiales dans le champ incident

$$(118) \quad \vec{E}^i = (E_x^i, 0, 0), \quad \vec{H}^i = (0, 0, H_z^i),$$

avec

$$(119) \quad E_x^i = \exp(-iky) \exp(-i\omega t), \quad H_z^i = Y \exp(-iky) \exp(-i\omega t)$$

si l'amplitude du champ électrique incident est égale à 1.

La condition aux limites de l'équation (6) donne sur la surface (Oxz) d'une marche

$$(120) \quad E_x^i = -E_x^d$$

et le champ réfléchi $f_2(-\omega t + ky)$ est tel que le champ total est donné par

$$(121) \quad E_x = \exp[-i(\omega t + ky)] + f_2(-\omega t + ky).$$

On a donc, avec l'équation (120),

$$(122) \quad E_x^d = -\exp(iky) \exp(-i\omega t)$$

et le champ total

$$(123) \quad E_x = E_x^i + E_x^d = -2i \sin ky \exp(-i\omega t).$$

On mesure la partie réelle de ce champ stationnaire qui est périodique en y avec une période égale à λ .

La composante du champ magnétique diffracte (réfléchi) est donnée par l'équation

$$(10) \quad \nabla \wedge \vec{E} = i\omega\mu\vec{H}$$

appliquée au champ total. On trouve

$$(124) \quad H_z^d = Y \exp(ik y) \exp(-i\omega t)$$



FIG. 21.

qui donne bien avec l'équation (123) une onde plane se propageant dans la direction y .

Il reste à noter qu'aucune des conclusions des paragraphes III.1 à 3 ne s'applique au cas de l'autre polarisation ($\vec{E}_{\parallel}$) ; une paroi plane perturbe déjà la propagation de l'onde plane dans ces conditions, et la solution du problème de diffraction n'est pas simple, comme c'est le cas pour la polarisation $\vec{E}_{\perp}$ que nous venons d'étudier. On s'attend, en particulier, à ce que les champs stationnaires

formés près du réseau soient fortement perturbés et à ce que l'énergie soit rayonnée dans d'autres ordres. On conclut aussi que dans le cas général (celui des incidences obliques, pour des radiations correspondant aux deux états de polarisation et des espacements de marches différents de $m\lambda/2$) la répartition des intensités et la nature de la polarisation dans les divers ordres ne peuvent être obtenues rigoureusement qu'au moyen d'une solution comparable à celles que nous avons établies aux chapitres I et II pour le réseau à profil sinusoïdal ; cette solution fera l'objet d'un travail futur, ainsi que nous l'avons noté.

4. Vérifications expérimentales dans le domaine des ondes centimétriques.

Comme au chapitre I, nous avons effectué des expériences avec des ondes polarisées de longueur d'onde $\lambda = 3,42$ cm. Le réseau que nous avons utilisé, par réflexion, avait 18 marches en laiton, rectangulaires, de 2λ de profondeur (sui-

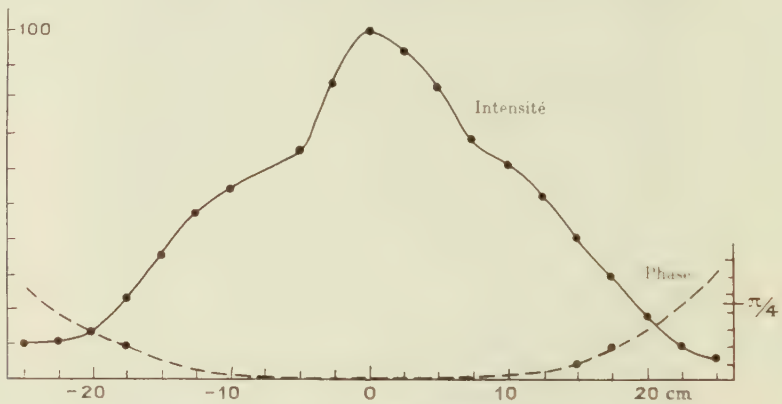


FIG. 25. — Onde incidente.

vant Oy) et de 1λ de large (suivant Ox). Il s'agit donc, manifestement, d'un réseau à espacement ($a = 2,23\lambda$) *petit* par rapport à la longueur d'onde λ . Le « plan » du réseau faisait un angle égal à $\arctg 2 \simeq 63^\circ 30'$ avec l'horizontale. La figure 24 montre une vue générale de l'expérience. L'antenne parabolique, fixée au plafond, produit une surface d'onde (fig. 25) bien plane en phase, mais d'une amplitude qui varie beaucoup à travers son ouverture, ainsi qu'il est typique (64 d) pour ces antennes (longueur focale $f = 25$ cm, diamètre $= 50$ cm $\simeq 14,5\lambda$ seulement). Le « point » source de cette antenne est, en fait, un cornet d'ouverture de l'ordre de la longueur d'onde (ayant un diagramme de rayonnement étendu de plusieurs dizaines de degrés). Malgré ce manque d'homogénéité de la surface d'onde incidente, des mesures parfaitement significatives peuvent être obtenues, si l'on prend la précaution de comparer les champs stationnaires et diffractés produits par le réseau à ceux obtenus par réflexion sur un miroir métallique plan.

Nous avons effectué plusieurs séries de mesures, les unes pour vérifier les prévisions théoriques du paragraphe III.3, d'autres pour étudier le caractère du champ diffracté. Nous ne présentons que le résultat des mesures qui ne sont pas entachées d'incertitude (qui aurait pu être due, par exemple, aux effets de réflexions parasites mentionnés au § I.6).

a) *Vérification de l'absence de « diffraction » en autocollimation pour $\vec{E}_\perp$.*
 La profondeur des marches suivant Oy est égale à $2\lambda - 4$ ($\lambda/2$). Lorsque $\vec{E}_\perp$ est perpendiculaire aux facettes verticales, nous nous trouvons donc dans le cas $\vec{E}_\perp$ du paragraphe III.3. Il nous a semblé que la mesure la plus significative serait obtenue en mesurant le champ stationnaire formé par l'onde incidente et la (seule) onde diffractée d'ordre 4. En effet, dans le cas d'une surface d'onde incidente parfaitement homogène, le déplacement de la sonde suivant Ox parallèlement à ces deux surfaces d'onde devrait donner une intensité $\vec{E} \cdot \vec{E}^*$ du champ totale constante pour un y donné (dans un plan Oxz). La sonde utilisée est encore la sonde cristalline Sylvania 1N23C sensible à $\vec{E} \cdot \vec{E}^*$ suivant sa longueur (égale à $\lambda/2$ environ). La figure 26 montre un détail de cette mesure pour le cas $\vec{E}_\perp$.

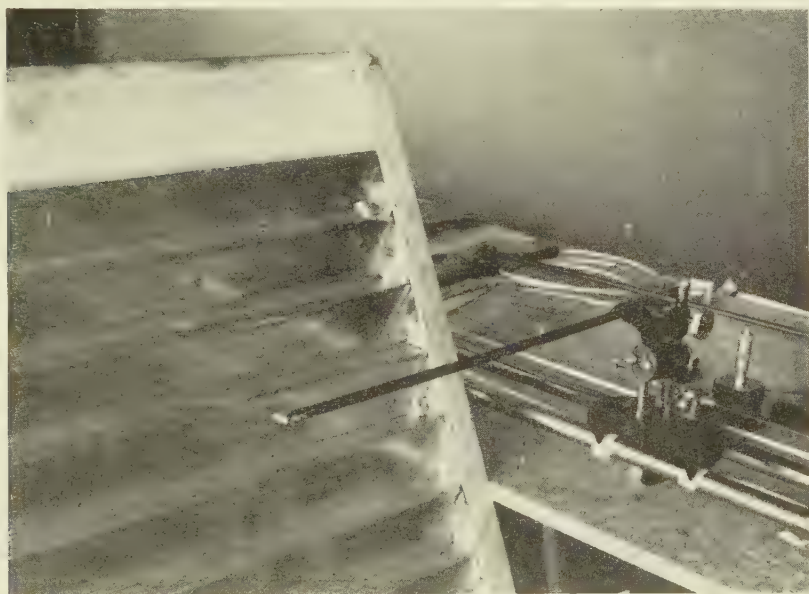


FIG. 26.

La figure 27 montre les résultats de cette série d'expériences qui confirment parfaitement les prévisions théoriques. La courbe I a été obtenue par réflexion sur un miroir horizontal (parallèle à Oxz). (Le manque de planéité est dû au manque d'homogénéité de l'onde incidente montré dans la figure 25.) La courbe II a été obtenue avec le réseau dans le cas $\vec{E}_\perp$; on constate qu'elle ressemble, en effet, tout à fait à celle obtenue par réflexion sur le miroir. En particulier, elle ne permet pas de tracer son origine à sa production par les sillons individuels; la structure périodique du réseau n'apparaît, en effet, aucunement dans cette courbe. Par contre, ainsi que le montre la courbe III, la diffraction en $\vec{E}_\parallel$ donne lieu à un champ stationnaire fortement modulé, ainsi qu'à l'apparition d'un maximum secondaire à l'endroit précis qui correspond à la direction du troisième ordre. La mesure en $\vec{E}_\perp$ est délicate; une inclinaison de l'ordre de 1° par rapport



FIG. 27.

à la verticale fait déjà apparaître un maximum secondaire à l'endroit correspondant à $m = 3$.

Afin de vérifier d'une autre manière l'absence de diffraction « classique » pour le cas $\vec{E}_\perp$ et la différence de comportement entre $\vec{E}_\perp$ et $\vec{E}_\parallel$, nous avons mesuré, au moyen d'un paraboloïde identique à l'antenne-source (et qui est visible sur la gauche de la fig. 24) l'énergie incidente, ainsi que l'énergie dans l'ordre latéral $m = 3$ (à $36^\circ 52'$ environ de la verticale), pour les deux polarisations, dans une

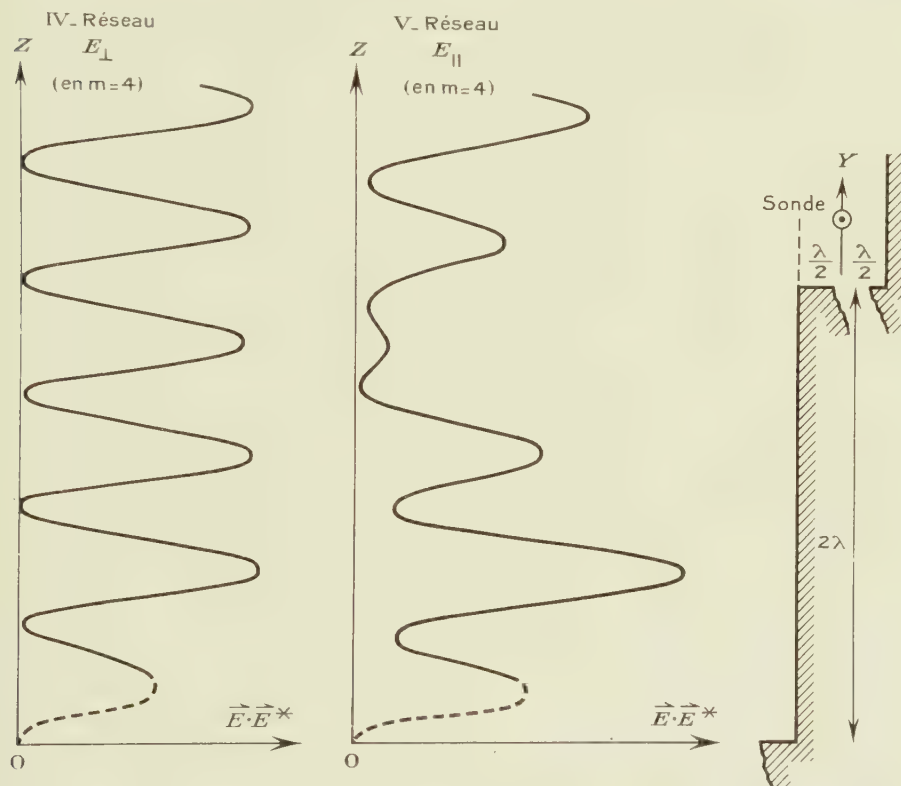


FIG. 28.

région éloignée de 2,5 m environ du réseau. Par une théorie scalaire de la diffraction, d'après laquelle la répartition angulaire des intensités (ici suivant un angle θ à partir de la verticale) suivrait une loi en $[\sin(\pi d \sin \theta / \lambda)] / (\pi d \sin \theta / \lambda)$, où d est la largeur des facettes, on s'attendrait à ce que le 3^e ordre ait une intensité égale à 26 % environ de celle de l'ordre 4, le 2^e ordre moins de 5 % et, dans l'ensemble, on s'attendrait à trouver peut-être 15 % de l'énergie incidente dans l'ordre $m = 3$, dans le cas d'une surface bien réfléchissante, telle que celle utilisée, et cela indépendamment de la polarisation. Or, même pour le réseau à arêtes légèrement arrondies utilisé (arrondi prenant 0,32 cm sur la largeur de 3,42 cm des facettes), on ne trouve que $1,2 \times 10^{-4}$ de l'énergie incidente dans l'ordre $m = 3$ pour la polarisation $\vec{E}_\perp$. Par contre, on en trouve 180 fois plus, à savoir $2,16 \times 10^{-2}$

dans ce même ordre pour la polarisation $\vec{E}_{\parallel}$. Les prévisions basées sur la considération du caractère électromagnétique de la diffraction par un réseau sont donc, ici, manifestement, en bien meilleur accord avec l'expérience que celles basées sur des hypothèses scalaires. En tenant compte de la polarisation de l'onde incidente, ce cas illustre bien l'importance des conditions aux limites électromagnétiques dans l'origine même du phénomène de diffraction par un réseau.

b) *Champ stationnaire suivant la direction d'incidente.* — Le champ stationnaire correspondant à l'équation (123) et mesuré suivant Oy est donné, pour le cas $\vec{E}_{\perp}$, par la courbe IV de la figure 28 et, pour le cas $\vec{E}_{\parallel}$, par la courbe V. On

constate que le champ, dans le cas $\vec{E}_{\perp}$, est parfaitement régulier et ressemble à celui que l'on obtiendrait par réflexion sur un miroir (ondes stationnaires de Hertz). Par contre, le champ correspondant à $\vec{E}_{\parallel}$ est encore fortement perturbé (par suite en particulier, des interférences entre les ondes de différents ordres). On note la position de la sonde à l'intérieur du sillon où les courbes ont été effectivement mesurées, comme l'indique la figure. Les deux courbes ont été mesurées jusqu'à 1,5 m (environ 45λ) au-dessus de la

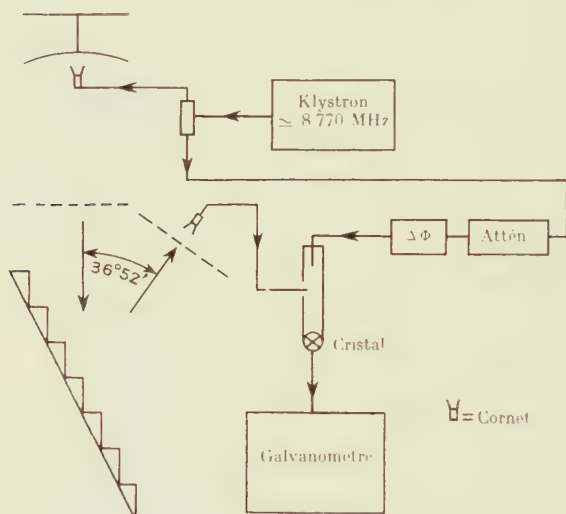


FIG. 29. — Mesures de phase.

facette du sillon ; la régularité de la courbe $\vec{E}_{\perp}$ continue à être parfaite tout le long de cette distance.

En conclusion, l'expérience confirme bien que le réseau à sillons de profil rectangulaire profonds en $m\lambda/2$ se comporte comme un miroir parfait pour des ondes à polarisation $\vec{E}$ perpendiculaire à l'une des facettes des sillons, lorsque ces ondes sont en incidence normale sur l'autre des facettes.

c) *Mesure de la phase le long de la surface, de l'onde diffractée $\vec{E}_{\parallel}$ dans l'ordre $m = 3$.* — La figure 29 montre l'arrangement expérimental qui a servi à la mesure de la phase. On note qu'il s'agit d'une mesure interférométrique (c'est une mesure de « zéro » effectuée à l'aide du déphaseur $\Delta\Phi$). Le « T magique » à la sortie du générateur sépare les ondes et c'est un cornet qui sert à la détection de la phase dans la surface d'onde.

La figure 30 montre le résultat de la mesure de la phase le long d'une partie de la surface d'onde diffractée dans l'ordre $m = 3$. à 1,5 m environ du réseau.

Les points mesurés sont suffisamment rapprochés (par rapport à la largeur de la projection d'un sillon par la surface d'onde) pour que l'on puisse conclure que la surface de phase de l'onde diffractée est bien continue, même très près du réseau.

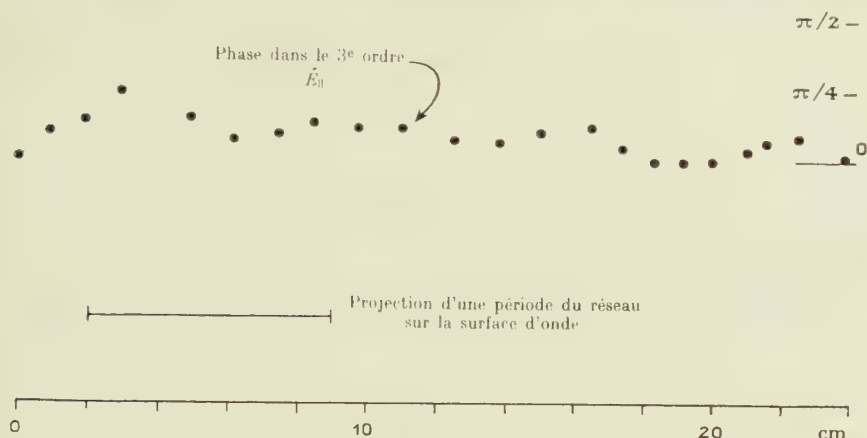


FIG. 30.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans la *première partie* du présent travail, nous avons établi des lois qui permettent de prévoir l'évolution (en fonction de la longueur d'onde et de l'angle de diffraction) des défauts dans les figures de diffraction formées par des réseaux optiques imparfaits, notamment dans le cas (général) où la figure de diffraction aberrante pour une longueur d'onde peut être établie. Ces lois permettent au spectroscopiste de juger de la qualité d'un réseau donné. Plus particulièrement, elles permettent de prévoir les effets des défauts résiduels des réseaux sur la précision de mesures de formes de raies, ainsi que sur des erreurs systématiques possibles dans la localisation des centres de gravité de ces raies spectrales.

Afin de connaître la distribution de la lumière dans l'ensemble des figures de diffraction formées par un réseau, en présence d'aberrations de formes et d'amplitudes quelconques, nous avons établi une méthode de calcul pratique de la distribution de la lumière dans les figures de diffraction, basée sur la mesure expérimentale de la répartition de la phase dans les surfaces d'onde diffractées. À l'aide d'un ordinateur IBM 704, le calcul est effectué, en quelques minutes seulement, par transformation de Fourier de la répartition de la phase telle qu'elle apparaît déjà sous une forme graphique dans les interférogrammes expérimentaux.

Nous avons vérifié l'excellent accord des résultats du calcul, ainsi que les prévisions théoriques des lois d'évolution des figures de diffraction, avec des spectrogrammes de raies isotopiques simples, dans les régions, même très voisines des centres des raies, où ces comparaisons sont possibles. Ces résultats permettent de prévoir la possibilité d'obtenir, avec des réseaux optiques, des « résolutions » considérablement meilleures que celles prévues par des théories classiques.

Dans la *deuxième partie* du présent travail, nous avons établi que le caractère électromagnétique de la lumière et les conditions aux limites à satisfaire à la surface d'un réseau interviennent d'une manière fondamentale dans la répartition de la lumière diffractée entre les différents ordres. Ainsi, dans un cas particulier d'un réseau à marches rectangulaires, une absence complète de la « diffraction » classique est prévue (et vérifiée) d'après cette interprétation. Plus généralement, nous avons montré que les divergences entre des mesures de répartitions d'intensités et les prévisions des théories scalaires (en particulier dans le cas des espacements des traits comparables à la longueur d'onde), et l'insuffisance des calculs électromagnétiques approximatifs, ont rendu nécessaire la recherche de la solution électromagnétique rigoureuse du problème de la diffraction par des réseaux.

En conséquence, nous avons établi la solution électromagnétique exacte pour le cas général de la diffraction de la lumière par un réseau à profil sinusoïdal, parfaitement conducteur, pour une incidence quelconque. Nous avons montré que la solution d'un problème de diffraction par un réseau doit toujours être donnée pour deux polarisations orthogonales, afin de tenir compte du fait que la lumière incidente peut être non polarisée ou polarisée de diverses manières. Notre solution est ainsi donnée pour les deux cas où, soit le vecteur électrique, soit le vecteur magnétique, porté par l'onde incidente est parallèle à la longueur des sillons. Nous avons établi que les amplitudes des ondes diffractées, dans un ordre donné, sont très différentes suivant la polarisation.

Inversement, dans le cas d'une onde incidente non polarisée, des effets de polarisation importants, et différents suivant les ordres (ainsi que les dimensions des sillons et la longueur d'onde), sont prévus d'après l'interprétation et les calculs électromagnétiques.

Enfin, nous avons montré que les ondes d'ordres imaginaires (les ondes évanescentes) jouent un rôle aussi important que les ondes d'ordres réels dans la satisfaction des conditions aux limites. En fait, nous avons établi, et vérifié (parmi d'autres propriétés prévues par la théorie), que les ondes évanescentes emportent une partie de l'énergie incidente sur le réseau. Ces résultats permettent de prévoir une amélioration de la possibilité de concentrer l'énergie diffractée par un réseau dans le voisinage d'une seule direction donnée.

Manuscrit reçu le 10 mai 1960.

RÉFÉRENCES

- [1] H. A. ROWLAND, *Phil. Mag.* [5], t. **35**, 1893, p. 397 ; *Physical Papers*, Johns Hopkins Univ., Baltimore, 1902, p. 525.
- [2] A. A. MICHELSON, *Studies in optics*, Univ. Chicago, 1927.
- [3] E. INGELSTAM & E. DJURLE, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **43**, 1953, p. 572.
- [4] A. MARÉCHAL & G. W. STROKE, *C. r. Ac. Sc.*, t. **249**, 1959, p. 2042.
- [5] T. B. A. SENIOR, *Canad. Jl Physics*, t. **37**, 1959, p. 787.
- [6] a) J. H. ROHRBAUGH & al., *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **48**, 1958, p. 704 et 710 ;
b) W. C. MEECHAM, *Jl appl. Physics*, t. **27**, 1956, p. 361.
- [7] V. TWERSKY, *Inst. Radio Engngs Trans. PGAP*, AP-4, 1956, p. 330.
- [8] U. FANO, *Ann. Physik*, t. **32**, 1938, p. 393.
- [9] LORD RAYLEIGH, *Proc. Royal Soc. [A]*, t. **79**, 1907, p. 399.
- [10] a) G. R. HARRISON & G. W. STROKE, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **45**, 1955, p. 112 ;
b) G. W. STROKE, « *Optics in Metrology* » Symposium, Pergamon Press, Oxford, 1960, p. 98.

- [11] G. W. STROKE, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **45**, 1955, p. 30.
- [12] G. W. STROKE, *Jl Phys.* [8], t. **21**, 1960, p. 57 S ; Communication n° 5-1, Colloque sur l'Interférométrie, Nat. Phys. Lab., Teddington, 10 juin 1959 ; Communication n° 5, 5^e Congrès de la Commission Internationale d'Optique, Stockholm, 24 août 1959.
- [13] P. JACQUINOT & C. DUFOUR, *Jl Recherches CNRS*, t. **2**, 1948, p. 91 ;
P. JACQUINOT, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **44**, 1954, p. 761 ;
P. H. VAN CITTERT, *Zeits. Physik*, t. **65**, 1930, p. 547 et t. **69**, 1931, p. 298.
- [14] R. J. HULL & H. H. STROKE, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **49**, 1959, p. 1088.
- [15] A. K. PIERCE, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **47**, 1957, p. 6.
- [16] Lord RAYLEIGH, Wave theory, Ency. Britt., 9^e éd., 1888, t. **24** ;
R. W. DITCHBURN, Light, Interscience Inc., New York, 1953, ch. 8 ;
G. R. HARRISON, R. C. LORD & J. R. LOOFBOUROW, Practical spectroscopy, Prentice Hall, New York, 1949, ch. 2.
- [17] G. R. HARRISON & G. W. STROKE, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **50**, 1960 (à paraître).
- [18] J. STRONG, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **45**, 1951, p. 3.
- [19] H. D. BABCOCK & H. W. BABCOCK, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **41**, 1951, p. 776.
- [20] P. M. DUFFIEUX, L'intégrale de Fourier et ses applications à l'optique, chez l'Auteur, Faculté des Sciences, Besançon, 1946 ;
E. L. O'NEILL, Selected topics in optics and communication theory, Boston Univ., 1956.
- [21] G. R. HARRISON, S. P. DAVIS & H. ROBERTSON, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **43**, 1953, p. 853.
- [22] A. MARÉCHAL, Thèse, *Rev. Opt.*, t. **26**, 1947, p. 257 ; t. **27**, 1948, p. 73 et 269.
- [23] A. MARÉCHAL & M. FRANCON, Diffraction. Structure des images. Influence de la cohérence de la lumière, éd. *Rev. Opt.*, Paris, 1960.
- [24] A. MARÉCHAL, *Opt. Acta*, t. **5**, 1958, p. 70.
- [25] E. HULTHÉN & U. UHLER, *Arkiv för Fysik*, t. **3**, 1952, p. 393.
- [26] R. W. DITCHBURN, *Proc. Royal Irish. Ac.* [A], t. **39**, 1930, p. 58.
- [27] A. LOHMANN, *Opt. Acta*, t. **6**, 1959, p. 175.
- [28] G. W. STROKE, F. H. SULLIVAN & D. RICE, Comm. n° C2, Spectroscopy Symposium, Argonne Nat. Lab., Univ. Chicago, 16 février 1956.
- [29] H. H. HOPKINS, *Opt. Acta*, t. **2**, 1955, p. 23 ;
M. DE, *Opt. Acta*, t. **4**, 1957, p. 2.
- [30] J. ARSAC, *Opt. Acta*, t. **6**, 1959, p. 103.
- [31] A. MELISSINOS & S. P. DAVIS, *Phys. Review*, t. **115**, 1959, p. 130.
- [32] G. W. STROKE & H. H. STROKE, Quart. Rep. Res. Labo. Electronics, Mass. Inst. Technology, 15 octobre 1958, p. 54.
- [33] A. MARÉCHAL, Imagerie géométrique, aberrations, éd. *Rev. Opt.*, Paris, 1952, p. 215.
- [34] H. H. HOPKINS, Wave theory of aberrations, Oxford, 1950, p. 14-16.
- [35] G. R. HARRISON, N. STURGIS, S. P. DAVIS & Y. YAMADA, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **49**, 1959, p. 205.
- [36] R. P. MADDEN & J. STRONG, Appendice P, *apud* Classical optics, par J. Strong, éd. Freeman & Co, San Francisco, 1958, p. 597-608.
- [37] A. SOMMERFELD, Optics, Acad. Press Inc., New York, 1954.
- [38] A. SOMMERFELD, Partial differential equations in physics, Acad. Press Inc., New York, 1949, p. 188-200 ; *Jahresb. deut. math. Ver.*, t. **21**, 1912, p. 326.
- [39] C. J. BOUWKAMP, *Rep. Progr. Physics*, t. **17**, 1954, p. 35.
- [40] J. R. MENTZER, Scattering and diffraction of radio waves, Pergamon Press, London, 1955.
- [41] A. SOMMERFELD, *Math. Ann.*, t. **47**, 1896, p. 317 ;
P. M. MORSE & P. J. RUBENSTEIN, *Phys. Review*, t. **54**, 1938, p. 895.
- [42] B. V. BAKER & E. I. COPSON, The mathematical theory of Huygens's principle, Oxford Univ. Press, 1950 ;
P. C. CLEMMOW, chap. 11 *apud* Principles of optics, par M. Born & E. Wolf, Pergamon Press, London, 1959.
- [43] G. TORALDO DI FRANCIA, *Nuovo Cim.*, t. **5**, 1948, p. 531 ;
M. SCHAFFNER & G. TORALDO DI FRANCIA, *Nuovo Cim.*, t. **6**, 1949, p. 125.
- [44] J. A. STRATTON, Electromagnetic theory, éd. McGraw Hill, New York, 1941.
- [45] G. TORALDO DI FRANCIA, Electromagnetic waves, Interscience Inc., New York, 1956, p. 155.
- [46] M. BORN & E. WOLF, Principles of optics, Pergamon Press, London, 1959.
- [47] R. W. WOOD, *Phil. Mag.*, t. **4**, 1902, p. 396 ; t. **23**, 1912, p. 310 ; *Phys. Review*, t. **48**, 1935, p. 928 ;
Lord RAYLEIGH, *Phil. Mag.*, t. **14**, 1907, p. 60 ;
L. R. INGERSOLL, *Astrophys. Jl*, t. **51**, 1920, p. 129 ;
C. H. PALMER, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **42**, 1952, p. 269.
- [48] J. C. MAXWELL, *Trans. Royal Soc.*, t. **155**, 1865, p. 459.
- [49] A. ANGOT, Compléments de mathématiques, éd. *Rev. Opt.*, Paris, 1957.
- [50] Lord RAYLEIGH, *Phil. Mag.*, t. **47**, 1874, p. 81 et 193 ;
A. A. MICHELSON, *Astrophys. Jl*, t. **18**, 1903, p. 278 ; *Nature*, t. **88**, 1912, p. 362 ;
J. A. ANDERSON, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **6**, 1922, p. 434.
- [51] N. A. FINKELSTEIN, C. H. BRUMLEY & R. J. MELTZER, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **42**, 1952, p. 121.
- [52] G. R. HARRISON, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **39**, 1949, p. 413, avec indication de nombreuses origines industrielles et autres.

- [53] J. STRONG, *Phys. Review*, t. **43**, 1933, p. 498 ; *Astrophys. Jl*, t. **83**, 1936, p. 401.
- [54] H. D. BABCOCK & H. W. BABCOCK, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **41**, 1951, p. 3.
- [55] G. R. HARRISON, N. STURGIS, S. C. BAKER & G. W. STROKE, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **47**, 1957, p. 15.
- [56] G. W. STROKE, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **47**, 1957, p. 1097 ; *Jl Phys.* [8], t. **19**, 1958, p. 415.
- [57] P. JACQUINOT, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **44**, 1954, p. 761 ;
R. CHABBAL, Thèse, *Rev. Opt.*, t. **37**, 1958, p. 49, 336, 501 et 608 ;
P. CONNES, *Rev. Opt.*, t. **35**, 1956, p. 37 ; *Opt. Acta*, t. **4**, 1957, p. 136 ; *Jl Phys.* [8], t. **19**, 1958, p. 215.
- [58] P. JACQUINOT, *Jl Phys.* [8], t. **19**, 1958, p. 223.
- [59] H. G. BOOKER & P. C. CLEMMOW, *Proc. Inst. Elect. Engrs* [3], t. **97**, 1950, p. 11 ;
E. T. WHITTAKER & G. W. WATSON, "A course of modern analysis, Cambridge Univ. Press, 1927, p. 397.
- [60] N. V. ZERNOV, *Zh. tekhn. Fiz.*, t. **21**, 1951, p. 1066, trad. anglaise par M. D. Friedmann, Air Force Cambridge Res. Center, AFRC-TN-55-570.
- [61] H. M. NUSSENZVEIG, Thèse, Sao Paulo, 1957 ; *Phil. Trans.*, t. **252**, 1959, p. 1.
- [62] a) D. D. KING, Measurements at centimeter wavelengths, éd. van Nostrand, New York, 1952, chap. 7 ;
b) C. L. ANDREWS, *Phys. Review*, t. **71**, 1947, p. 777 ;
c) J. C. SIMON, *Ann. Radioélectricité*, t. **6**, 1951, p. 205 ;
d) G. BROUSSAUD, *Ann. Radioélectricité*, t. **10**, 1955, p. 1 ;
e) G. WEILL, *Ann. Radioélectricité*, t. **10**, 1955, p. 228 ;
f) J. ROBIEUX, *Ann. Radioélectricité*, t. **14**, 1959, p. 187 ;
g) E. SPITZ, Tech. Rep., Contract n° AF 61(052)-102, 15 juin 1959, Cambridge Air Force Res. Center ;
h) M. P. BACHYSKI & G. BEKEFI, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **47**, 1957, p. 428.
- [63] J. ROBIEUX, *Ann. Radioélectricité*, t. **11**, 1956, p. 29.
- [64] G. PIEUCHARD, Communication verbale, 1960.
- [65] G. R. HARRISON, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **39**, 1949, p. 522.
- [66] H. H. SKILLING, Fundamentals of electric waves, éd. Wiley, New York, 1948, p. 194.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier ici tout spécialement M^r A. Maréchal, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris, pour son enseignement et son inspiration, qui m'ont constamment guidé dans ce travail, ainsi que pour son temps qu'il m'a si généreusement accordé. Je lui dois, en particulier, la suggestion de l'étude électromagnétique et des idées constructives relatives à diverses parties du présent travail.

Je remercie M^r G. R. Harrison, Doyen de la Faculté des Sciences du Massachusetts Institute of Technology pour l'intérêt très actif qu'il a porté à l'étude de la formation des images, ainsi que pour m'avoir rendu possible d'effectuer une partie expérimentale de ce travail dans son Laboratoire de Spectroscopie au M. I. T.

Je remercie M^r P. Jacquinot, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris, pour ses conseils bienveillants et constructifs concernant plusieurs aspects importants de cette étude. Je le remercie aussi pour les nombreux éclaircissements qu'il m'a accordés sur des problèmes spectroscopiques.

Je remercie M^{rs} A. Kastler et A. Arnulf, Professeurs à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris pour l'intérêt actif et l'encouragement qu'ils ont toujours portés à ce travail : ceux-ci m'ont été très précieux.

Je remercie M^r J. C. Simon et M^r Le Polles pour avoir gracieusement mis les facilités du Laboratoire de Recherches Physiques de la Compagnie Générale de Télégraphie sans Fil, à Corbeville, à ma disposition pour la conduite des expériences électromagnétiques. Je remercie aussi M^{rs} J. C. Simon, G. Broussaud, J. Robieux et E. Spitz de la C. S. F. pour des échanges de vues fructueux.

J'ai également discuté plusieurs problèmes relatifs à ce travail avec M^{rs} F. Abelès, R. Burtin, P. Croce et S. Slansky de l'Institut d'Optique, ainsi qu'avec M^{rs} R. Chabbal et P. Connes du Laboratoire de M^r Jacquinot à Bellevue : je leur dois mes remerciements sincères.

Je remercie M^r P. Fleury, Directeur Général de l'Institut d'Optique à Paris pour avoir mis toutes les facilités de cet Institut à ma disposition.

Enfin, je remercie l'O. T. A. N. pour la bourse qui m'a été accordée pour la poursuite du travail à l'Institut d'Optique, ainsi que le Geophysics Research Directorate, Cambridge Air Force Research Center, pour une allocation sous le Contrat AF19(604)-1965 accordée pour le travail au M. I. T.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION GÉNÉRALE	3
PREMIÈRE PARTIE. — La distribution de la lumière dans les figures de diffraction formées par des réseaux optiques imparfaits.	
INTRODUCTION	6
I. <i>Le problème de la caractérisation théorique et expérimentale des images formées par des réseaux optiques. Généralités.</i>	6
1. Le problème théorique de la formation des images par des réseaux.....	6
2. Le problème de la caractérisation pratique de la qualité des réseaux.....	9
3. Problèmes posés par les méthodes classiques utilisées pour l'évaluation pratique de la qualité des réseaux.....	12
4. Nouvelle méthode pratique pour l'évaluation de la qualité des réseaux et des images	14
5. Utilisation spectroscopique des images et de l'information expérimentale décrivant les figures de diffraction	16
II. <i>Mesure interférométrique de la répartition de phase dans les surfaces d'onde diffractées</i>	17
1. Principe de la méthode de mesure.....	17
2. Relation entre l'aberration des surfaces d'onde diffractées et les erreurs de tracé des réseaux	21
3. Relation entre l'aberration des surfaces d'onde diffractées et les défauts des miroirs à réseau (grating blanks).....	24
III. <i>Calcul de la distribution de la lumière dans les figures de diffraction à partir de mesures interférométriques des surfaces d'onde diffractées</i>	26
1. Mise en équation de la relation entre les surfaces d'onde diffractées aberrantes et les figures de diffraction sous une forme utilisable pour le calcul sur un ordinateur IBM 704	26
2. Calcul des figures de diffraction aberrantes à partir de mesures interférométriques des aberrations des surfaces d'onde. Précision des calculs effectués sur un ordinateur IBM 704	30
3. Vérification expérimentale à l'aide de bons réseaux tracés sous contrôle interférométrique	34
IV. <i>Aberrations des surfaces d'onde particulièrement nuisibles et défauts d'images correspondants. Théorie et expériences</i>	38
1. Erreurs à déviations de phase linéaires. Effets des défauts des miroirs à réseau (grating blanks)	39
2. Erreurs de phase périodiques.....	43
3. Vérification expérimentale à l'aide de réseaux à erreurs typiques introduites à dessein sous contrôle interférométrique	47
V. <i>Lois d'évolution de la distribution de la lumière dans les figures de diffraction aberrantes en fonction de l'angle de diffraction et de la longueur d'onde. Théorie et expériences</i>	48
1. Loi générale d'évolution des figures de diffraction aberrantes. Loi de similitude	49

2. Loi d'évolution des intensités dans les régions aberrantes des figures de diffraction avec l'angle et la longueur d'onde (cas des petites aberrations).....	52
3. Evolution des intensités dans les figures de diffraction dans le cas des aberrations de phase d'amplitude quelconque.....	55
4. Vérifications expérimentales	55
APPENDICE. — <i>L'apparition des grands réseaux lumineux de très haute résolution</i>	58
DEUXIÈME PARTIE. — La répartition de la lumière diffractée entre les différents ordres : interprétation électromagnétique et études analogiques en ondes centimétriques.	
INTRODUCTION	60
La nature électromagnétique de la diffraction de la lumière par les réseaux optiques.	
Divergences avec les hypothèses de diffraction correspondant aux approximations scalaires.	
Problèmes posés par la solution des équations de Maxwell	
Ondes évanescences.	
Mesures analogiques.	
I. <i>Solution du problème de la diffraction par un réseau à profil sinusoïdal parfaitement conducteur (cas de l'incidence normale)</i>	66
1. Equations de Maxwell, conditions aux limites, solution des problèmes de diffraction	66
2. Cas de $\vec{E}$ polarisé parallèlement aux sillons.....	68
3. Cas de $\vec{H}$ polarisé parallèlement aux sillons.....	75
4. Solution numérique simultanée pour les deux cas ; avantages pour les calculs par itération	80
5. Recherche de la possibilité de l'existence d'un champ stationnaire formé par interférences entre ondes évanescences. Energie emportée par les ondes évanescences	82
6. Vérifications expérimentales dans le domaine des ondes centimétriques.....	85
II. <i>Solution du problème de la diffraction par un réseau à profil sinusoïdal parfaitement conducteur (cas d'une incidence oblique quelconque). Possibilité d'extension à des réseaux de profil quelconque</i>	89
1. Réseau sinusoïdal en incidence oblique :	
A) Solution pour les deux polarisation $\vec{E}_{ }$ et $\vec{H}_{ }$	89
B) Ondes évanescences	93
2. Réseaux à profil quelconque.....	93
III. <i>Solution du problème de diffraction dans un cas particulier d'un réseau à marches rectangulaires</i>	94
1. Propagation d'ondes planes le long de parois conductrices.....	94
2. Comportement de structures à parois orthogonales.....	95
3. Cas du réseau à marches rectangulaires profondes de $m\lambda/2$, lorsque les ondes planes incidentes ont leur vecteur $\vec{E}$ perpendiculaire à l'une des parois des sillons (cas de l'absence de la diffraction classique).....	95
4. Vérifications expérimentales dans le domaine des ondes centimétriques.....	98
CONCLUSION GÉNÉRALE	103
RÉFÉRENCES	104

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Mesures modernes de la vitesse de la lumière

Vu et approuvé :

Paris, le 12 Juin 1960

Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. PÉRÈS.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean SARRAILH.

MAGAT.....		Physicochimie des rayonnements.	FRANC.....	Biologie animale.
M ^{lle} QUINTIN.....	T	Electrochimie.	SCHNELL.....	Botanique tropicale.
MONOD.....	T	Chimie du métabolisme.	STOLKOWSKI.....	Physiologie générale.
BENOIT.....	T	Physiologie animale.	ACHER.....	Chimie biologique (Orsay).
DE POSSEL.....	T	Analyse numérique.	BAUDOIN.....	Biologie animale (P. C. B.).
CHARLOT.....	T	Chimie analytique.	BEAUMONT.....	Biologie animale (S. P. C. N.).
HAISSINSKY.....	T	Radiochimie.	BLAMONT.....	Géophysique Ionosphère.
LEMÉE.....	T	Physiologie B. M. P. V.	BOURREAU.....	Biologie végétale S. C. P. N. (Orsay).
GUÉRIN.....	T	Chimie M. P. C.		
CHATELET M.....		Chimie (S. P. C. N.).	CURIE D.....	Physique (M. G. P.).
JEAN.....		Physique nucléaire et Radio-activité.	DURAND DELGA ..	Géologie.
MATTLER.....		Physique (S. P. C. N.).	FREON.....	Chimie (P. C. B.).
MICHEL Louis ..		Physique théorique des hautes énergies.	HELLER.....	Physiologie végétale.
RUMPF.....		Chimie (P. C. B.).	TORTRAT.....	Calcul des probabilités.
BERGERARD.....		Zoologie (Orsay).	CAILLEUX.....	Géologie (S. P. C. N.).
BERTEIN.....		Electronique.	MAGNAN.....	Physique (M. P. C.).
BOUSSIÈRES.....		Chimie des radioéléments.	DAUDEL.....	Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la Physique nucléaire.
M ^{me} COUTURE.....		Physique (P. C. B.).		
ELLENBERGER.....		Géologie structurale et Géologie appliquée.	M ^{lls} FOURCROY...	Biologie végétale (S.P.C.N.).

Secrétaire Général C. MONIER.

